DAUIDIS SANCLARI ... PRO ARCHIMEDE, ET EUCLIDE DIKAIOLOGIA:...

David Sainclair, Giovanni Alfonso Borelli

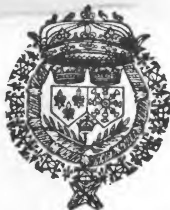


DIRECTION CYCLOMETRIQVE OV REFVTATION DE LA FAVLSE, ET CHEMIN DE LA VRAYE QVADRATVRE,

Par le sieur de PHILALETHE, Disciple de Monsieur de SAINCT-CLAIR, Conseiller & Professeur du Roy és sciences Mathematiques.

Où est destruicte l'imaginaire, & erronée Quadrature du sieur SCOTTO, *Geneuois.*

Comme aussi se verra la Geometrie enrichie de plusieurs excellents & nouueaux Theoremes, seruans de Phare asseuré à ceux qui voguent à voiles desployées, dans l'Ocean perilleux de la Cyclometrie, & dans lequel plusieurs font aussi naufrage, se detraquans des routes asseurées du diuin ARCHIMEDE.



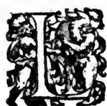
A PARIS.
Chez PIERRE CHEVALIER, ruë sainct Iaques, à l'enseigne S. Pierre, prés les Mathurins.

M. DC XXII.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.



AV LECTEVR.

SALVT.



ES playes que faict le Glaiue de la Medisance à la renommée d'autruy ne sont pas mortelles; Le temps & la verité estans les Medecins expers qui descouurent bien-tost l'innocence des offencez, & la honte des calomniateurs. Ce qui a donné subiect à cest Oeuure pour ne laisser d'auantage abbayer l'enuie apres ceux ausquels sa dent ne peut donner atteintè. Ces grandes lumieres Archimede & Euclide, aux despens de la Reputation desquels vn Auorton veut estaller ses marchandises falsifiées; à la deffense desquels ie me trouue obligé par vn puissant commandement, ioint à mon deuoir.

Personne ne iugera du frontispice qu'il n'aye tout leu; car bien qu'on die ordinairement que de l'ongle on cognoisse le lyon; ce n'est pas de mesme, estant impoßible de iuger d'vne partie conioincte & vnie à son tout, sans voir le tout, duquel ceste partie à tiré son Estre. Le Lecteur trouuera quelques fautes en l'impreßion, reprises à la fin du Liure, mais sa prudence sçaura supléer à ces deffauts, iugeant sainement de mon affection, & du deuoir qui m'oblige à ces grands personnages, nos Maistres communs en ceste profession, en l'Eschole desquels cest ingrat à emprunté quelque cognoissance superficielle, ou plustost quelques Rudiments, auec lesquels il ose, non seulement se parangonner à eux, mais pour ne ceder à la Vipere en cruauté s'attacher à la vie, & à la reputation de ceux qui luy ont donné l'Estre. A Dieu.

*P*HILALETHE.



ΨΕΥΔΟΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΨΕΥΔΟΠΟΡΙΣΜΑΤΑ.

NON QVADRATORIS NOVI, SED QVADRVPLATORIS INFOELICISSIMI.

DEVX DEMONSTRATIONS GEOMETRIQVES pour cognoiſtre que LPFM. LMEA. *&* AED. *ſont eſgaux, & que la Quadrature du Cercle du S^r.* SCOTTO, *auec ſa proportion du Diametre à la circonference de* 4. *à* 12. *ſont veritables ſur la ſeconde figure.*

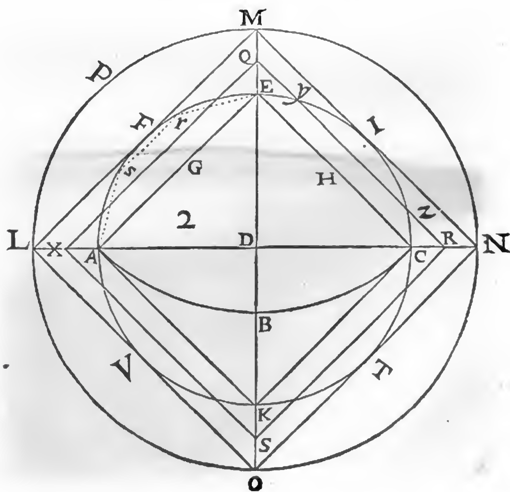
PREMIERE DEMONSTRATION.



LE quart du Cercle LPMD. qui eſt le double de AFED. fait que LPFM. ſoit le double de AFEG. & que AEDF. ſoit eſgal à LPMEFA. ſuyuant la 47. du premier d'Euclide, & par ce moyen ABCD. qui eſt ſemblable à LPFM. ſera eſgal aux deux ſections AFEG. & CIHE. d'où s'enſuyura que le curuiligne ABCK. ſera eſgal au rectiligne AECD. parce que les vns & les autres ſont contenuës en deux quantités eſgales qui ſont les deux demy Cercles AECD. et ADCK. Que ſi LPMF. eſt le double de AFEG. tout de meſmes les quatre ſections exterieures ſemblables à LPMF. ſeront le double de quatres interieures ſçauoir, eſt AFEG. EHCI. ADB. et CDB. auſſi s'enſuyura que ABCK. et AECD. ſeront le double des quatre portions exterieures, ſçauoir eſt, LFV. MFI. NIT. et OTV. puis que les vnes & les autres ſont auſſi contenuës en deux quantités eſgales qui ſont AFECK. et LPMNO. Et d'autant que ABCK. et AECD. contiennent huict quarreaux; s'enſuyura que leſdites quatre portions LFV. MFI. NIT. et OTV. en contiendront quatre, leſquelles eſtans diſtraictes du Quadrangle LMNO. qui en contient 16. reſtera 12.

pour le contenu du Cercle A F E C K. & par ce moyen le Cercle exterieur L P M N O. contiendroit 24. Figures tout ainsi que sa superficie par ladite proportion de 4. à 12. contiendroit aussi 24. nombres, tellement que L P F M. L M E A. et A E D. seront par necessité esgaux : comme aussi par ligne Y Z. moyenne proportionnelle de M N. et C E. qui compose le Quadrangle Q R S X. qui contient 12. quarreaux, le fait esgal au Cercle A E C K. qui en contient aussi 12. comme il a esté prouué. Et prouué aussi ladite Quadrature du Cercle, que ledit Scotto a proposée auec sadite proportion de 4. à 12.

Seconde demonstration, ayant prouué cy dessus que A F E D. est esgal à L P M E F A. & que L P M F. est le double de A F E G. aussi A E D. sera le double de L F A. & M F E. car donnant aux deux figures esgales L P M E F A. & A F E D. à chacune vn nombre de trois, faut que L P M F. en contienne deux, & que A F E G. en contienne vn, par ce moyen A E D. en contiendra deux, & les deux portions L F A. et M F E. en contiendront vn, par consequent A E D. L M E A. et L P M F. seront tout de mesmes esgaux contenant chacun deux nombres, qui est tout ce qui estoit à demonstrer.



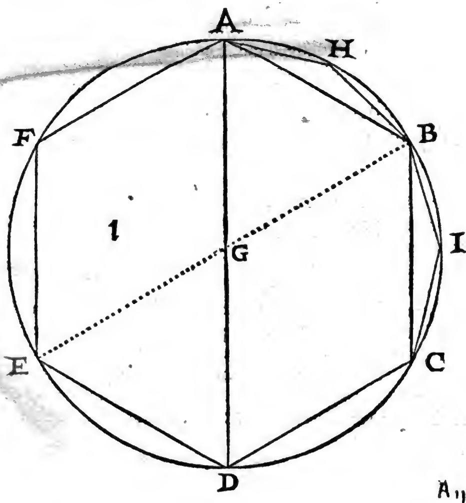
Refutation des faulses demonstrations, & faulses consequences sur la Quadrature du Cercle du sieur Benedetto Scotto.

Premierement, Ie demonstreray que la proportion que vous mettez du Diametre à la Circonference de 4. à 12. est manifestement faulse.

PROPOSITION I.

La proportion du Diametre de quelque Cercle que ce soit au circuit d'vn hexagone regulier inscript dans le mesme Cercle, est comme 4. à 12. ou 7. à 21. ou 1. à 3.

Soit descript vn cercle ABCDEF. sur le centre G. & soit tiré le Diametre AGD. & par la 15. proposition du 4. element soit inscript vn hexagone regulier ABCDEF. par le Corollaire de la mesme proposition, il est euident que le costé de l'hexagone est esgal, au rayon ou semidiametre. Doncques le costé AB est esgal au rayon GA. ainsi les six costez AB : BC : CD : DE : EF : FA. seront esgaux aux six rayons. C'est à dire, à trois Diametres. C'est pourquoy le circuit de l'hexagone contient trois fois le diametre AD.



C'est la doctrine d'Euclide, confirmée par Archimede: & assez cogneuë de tous Architectes & Massons, que la mesme ouuerture du Compas diuise esgallement le Cercle en six. Mesmes les petits enfants qui font des roses par des Cercles entrelassez, vous le donnent assez à cognoistre.

Mais sieur Scotto examinons vostre opinion par la doctrine des proportions, c'est la pierre de touche de la verité. Que l'on vous concede pour vn temps que la proportion du Diametre à la Circonference soit telle que vous la mettez 4. à 12. C'est à dire que le Diamettre A D. est contenu en la Circonference trois fois comme vous affermez. Et cy dessus i'ay demonstré par mon maistre Euclide, que le Diamettre A D, est contenu aussi trois fois dans le circuit de l'hexagone A. B. C. D. E. F. Il s'ensuiura necessairement par la neufiesme proposition du 5. Element que le circuit de l'hexagone est esgal à la Circonference. Car deux grandeurs sont esgalles, ausquelles vne mesme grandeur à mesme raison.

Mais A D a mesme raison au Circuit de l'hexagone par Euclide; qu'il a à la Circonference par vostre doctrine. Doncques les six costez de l'hexagone seront esgaux à la Circonference. Ce que personne esclairé de la lumiere de Geometrie n'oseroit affermer: Et que la ligne droicte A B. le costé de l'hexagone soit esgalle à la ligne courbe, portion de la Circonference A H B. Ce qui repugne au principe naturel d'Archimede.

D'vn poinct à vn autre la plus courte ligne est la ligne droicte.

Et qui sera si insensé de dire que la Corde est esgalle à l'arc, & que la ligne inscripte soit esgalle à la Circonference quelle soustient. Ce sont, & plusieurs autres, les absurditez qui s'ensuiuent de vostre proportion de Diamettre à la Circonference, comme 4. à 12.

Outre plus, I'admetray faulses suppositions auec vous, pour vous monstrer les inconueniens qui s'en ensuiuent.

Soit vn Diamettre A D. diuisé en 4. parties esgalles autour duquel soit descript vn Cercle A C D E. la circonference. A C D E. selon vostre nouuelle doctrine contiendra 12. & selon la 15. proposition du 4. d'Euclide les six costez d'vn hexagone regulier inscript A C D E F. contiendront aussi 12.

Par ce que chaque costé vaut deux, veu qu'il est esgal au semidiamettre; ainsi deux fois six font 12. Parquoy ie m'estonne vous veoir forger en vostre ceruelle des Idées contre la raison manifeste, & tirer des consequences si mal prouuées en vos demonstrations pretendues. Il faut doncques par vostre bel esprit prouuer que la 15. proposition du 4. d'Euclide est faulse, & que le Diamettre A. D. a vn autre proportion au Cir-

cuit de l'hexagone, que 4. à 12. ou autre semblable faulseté. Ce qui est impossible à la nature mesme. Dauantage pour rendre vos erreurs plus manifestes si en diuisant la Circonference A B en deux parties esgalles, nous faisons inscription du duodecagone A H. B I C. &c. Ie vous demenderois quelle proportion vous pouuez donner entre le Circuit du duodecagone A H B I C. &c. & le Diamettre A D. il faut necessairement qu'il soit plus grand que 12. à 4. veu que i'ay demonstré que le Circuit de l'hexagone A B C D E F. à ceste proportion exactement au Diametre A D. ou vous serez contrainct de dire que les deux lignes A H: H B. du triangle A H B soient esgalles seulement à la troisiesme ligne A B. Ce que l'asne d'Epicure n'oseroit mettre en auant, comme faisant contre la 20. proposition du 1. Element.

Doncques le Circuit du duodecagone, & tout autre plus grand polygone inscript à plus grande proportion au Diamettre A D. que de 12. à 4. Par plus forte raison la Circonference estant vne figure aux angles & costez infinis aura plus grande raison à son diamettre que 12. à 4.

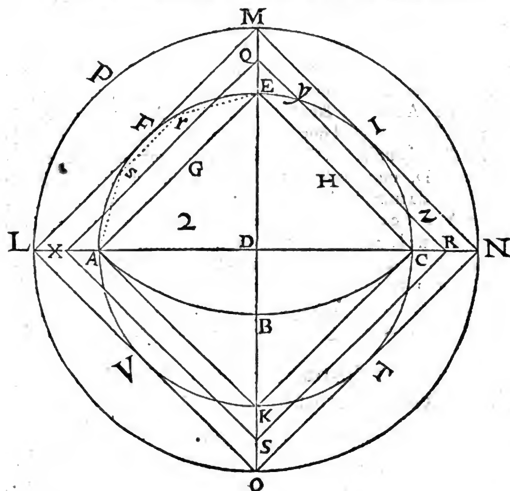
Mais passons plus outre, pour examiner la structure de vos demonstrations.

Premierement, ie vous demanderay quelle connexion a la consequence que vous tirez sans aucune raison en ces paroles.

Aussi s'ensuiura que A. B. C. K. & A. E. C. D. seront le double de 4. portions exterieures, sçauoir est L. F. V: M. F. I. N. I. T: & O. T. V.

De laquelle consequence vous ne donnez raison aucune, comme cy apres ie demonstreray par les raisons & proportions d'Archimede, & par vne nouuelle demonstratiō ligneaire: ainsi sera ruinée & renuersée vostre assertion suiuant en ces mots. *S'ensuiura que lesdites 4. portions L. F. V, M. F. I. N. I. T. & O. T, V.* & aussi la faulseté de ces paroles. *Tellement que L. P. F. M: L. M. E. A. & A. E, D. seront par necessité esgaux.* Ie demonstreray le contraire. D'auantage ie manifesteray, l'impertinence & faulse adaptation de ces paroles. *Comme aussi par la ligne Y. Z. moyenne proportionnelle de M. N. & C. B. qui composent le quadrangle Q. R. S. X. qui contient 12. quarreaux, les fait esgal au Cercle A. E. C. K.*

Ie demonstreray euidemment par ligneaire demōstration, que ce quarré de la moyenne ligne proportionnelle, entre M. N. & C. E. est seulement esgal à l'octogone inscript dans le mesme Cercle.



En voſtre 2. demonſtration la conſequence mal tirée en ces paroles. *Auſſi A. E. D. ſera le double de L. F. A. & M. F. E.* ſera entierement renuerſée par vne demonſtration ligneaire precedente.

Ainſi ie maintiendray & conſeruerай l'honneur d'Archimede, & Euclide, & de tous autres doctes leurs ſectateurs modernes, contre toute ignorance imprudente, & impudente.

PROPOSITION II.

Ie dis que le ſegment L. P. M. F. eſt beaucoup plus grand que le trapeze L. M. E. A. & par conſequent beaucoup plus grand que le triangle A.E.D.

Par ce que par la 2. propoſition d'Archimede la proportion entre le Cercle & le quarré de ſon Diamettre, eſt comme 11 à 14. Pour rendre les choſes plus claires & plus faciles ſoient multipliez ces deux termes 11. & 14. par 6. (la proportion ne ſera pas changée) ainſi le meſme contenu du Cercle A. E. C. K. aura meſme proportion au quarré

circonscript, qui est entre 66. & 84. C'est pourquoy le quarré inscript contiendra 42. sa moitié qui est le triangle A. E. C. contiendra 21. & le demy Cercle A. E. C. 33. ayant donc osté le triangle 21. du demy Cercle 33. il restera 12. pour la grandeur des deux segments, sçauoir A. F. E. G. & E. C. I. H. ausquels deux le grand segment L. P. F. M. est esgal, qui contiendra donc 12. Mais le triangle A. E. D. (qui est la moitié du triangle A. E. C.) contiendra 10. & demy: par consequent le trapeze L. M. E. A. contiendra seulement 10. & demy. Doncques le segment L. P. F. M. qui contient 12. est beaucoup plus grand que le trapeze L. M. E. A. Et par consequent beaucoup plus grand que le triangle A. E. D. qui contient 10. & demy. Tant s'en faut qu'ils seront esgaux. Ce que nous auons proposé à demonstrer.

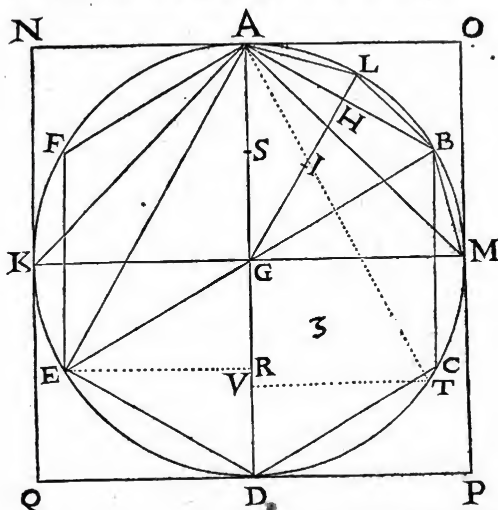
Ayant ainsi renuersé ce fondement, tout le bastiment de la demonstration dudict Scotto sera tost ruinée. Comme ie le demonstreray Geometriquement par ceste proposition, expliquant la 3. figure, à cause que son humeur delicat ne peut digerer ny comprendre les nombres d'Archimede.

PROPOSITION III.

La figure de douze costez inscripte dans le cercle, est moyen proportionnel Arithmetic entre le quarré inscript, & le quarré circonscript du mesme Cercle. En telle sorte que le duodecagone à proportion sesquialtre, au quarré inscript. C'est à dire qui le contient vne fois & demy, & que le duodecagone a proportion soubsesquitierce au quarré circonscript; c'est à dire, qu'il est contenu dans iceluy quarré vne fois, & vne troisiesme partie.

Sur le centre G soit descript vn Cercle A. M. D. K. & soient tirez deux Diamettres aux angles droicts A. D. M. K. & soit inscript le quarré A. M. D. K. & le circonscript N. O. P. Q. & soit aussi inscripte l'hexagone A. B. C. D. E. F. & par ce moyen la figure de 12. costez A. L. B. M. &c. soient tirez les lignes G. L: G. B. & soit diuisé G. L. en deux parties esgalles en I. Ie dis que la figure de 12. costez est le moyen proportionel arithmetic entre le quarré inscript A, M. D. K. & le circonscript N. O. P. Q. C'est à dire que le duodecagone excede le quarré inscript par la mesme quantité ou difference, par laquelle le quarré circonscript est plus grand que le duodecogone inscript.

Par ce que le rectangle compris du rayon ou costé de l'hexagone A.G.



& de 4. demy rayons, c'est à dire Diametre K. M. ou A. D. est esgal au quarré de la ligne A. K. c'est à dire au quarré inscript A. M. D. K. Donques le rectangle compris du costé de l'hexagone ou rayon A. G. & huict demy rayons, sera esgal au quarré circonscript. Mais le rectangle du costé de l'hexagone A. B. & demy rayon I. G. est esgal au trapeze A. L. B. G. & de tels trapezes il y en a six dans le duodecagone. Doncques le rectangle du costé de l'hexagone A. B. & six demy rayons, comme G. I. sera esgal au contenu du duodecagone.

Or voyla trois parallelogrammes de mesme hauteur, sçauoir le rectangle du costé de l'hexagone A. G. & 4. demy rayons, c'est à dire K. M. (qui est esgal au quarré inscript.) La 2. est le rectangle du costé de l'hexagone A. B. & de 6. demy rayons, (qui est esgal au duodecagone.) La 3. est le rectangle, qui est compris du costé de l'hexagone, & 8. demy rayõs, esgal au quarré circonscript. Doncques par la 1. du 6. Element, ces trois figures auront mesme proportion entre elles que leurs bases. Sçauoir est, comme 4. 6. & 8. Ainsi nous pourrons auec raison conclurre que la figure de 12. costez inscripte dans vn cercle, est la moyenne proportion-

nelle

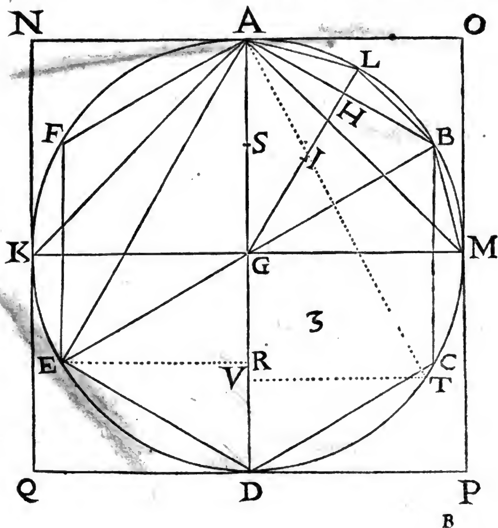
nelle arithmetique entre les quarrez inſcript, & circonſcript, en proportion ſeſquialtre au regard du quarré inſcript, & en proportion ſoubſſeſquitierce au quarré circonſcript. Ce que nous eſtoit propoſé à demõſtrer.

COROLLAIRE.

De ce theoreme nous tirons ces fruicts. Premierement il s'enſuiura que le quarré de A. E. coſté du triangle æquilateral inſcript dans le meſme cercle, ſera eſgal au contenu de la figure dodecagone auſſi inſcripte. Parce que le rectangle compris du rayon du Cercle, & 6. demy rayons, c'eſt à dire, triple rayon,) eſt demonſtré eſtre eſgal au contenu de la figure dodecagone, & cedict rectangle n'eſt autre choſe que le triple quarré du rayon. Mais par la 12. propoſition du 13. element, le quarré de A, E. coſté du triangle æquilateral, inſcript dans vn Cercle eſt triple du quarré du demy Diametre d'iceluy Cercle. Doncques ledict quarré ſera eſgal au contenu du dodecagone.

Secondement, il eſt auſſi manifeſte, que bien que A. E. le coſté du triangle æquilateral, ſoit le moyen proportionel geometric, entre deux coſtez de l'hexagone, ou Diametre A. D. & A. R. le triple demy rayon du Cercle, & auſſi ledict coſté A. E. bien que ſoit moyen proportionel entre vn coſté de l'hexagone A. B. & 6. demy rayons, c'eſt à dire, trois Diametres : Neantmoins le quarré dudict coſté A. E. eſt vne moyenne grandeur en progreſſion Arithmetique entre le quarré du Diametre ou Circonſcript N. O. P. Q. & le quarré inſcript A. M. D. K.

Troiſieſmement, il eſt à remarquer que par ce que le dodecagone eſt vne moyenne grandeur en progreſſion arithmetique entre le quarré in-



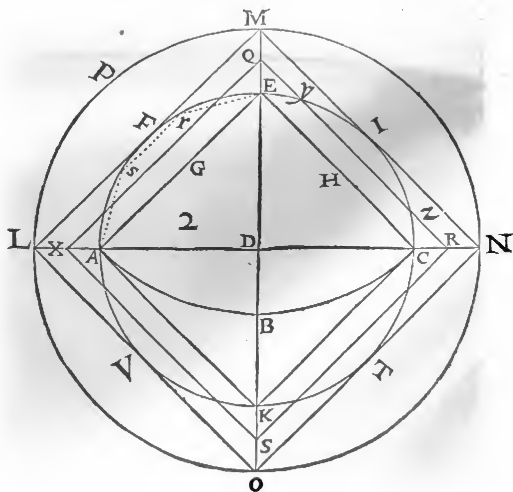
B

ſcript A. M. D. K. & le quarré circonſcript N. O. P. Q. Il s'enſuiura que la figure pentagone & irreguliere A. L. B. M. G. eſt auſſi moyenne en l'eſgalité arithmetique entre le triãgle A.G.M.& le quarré A.G.M.O.

C'eſt pourquoy le trapeze A. L. B. M. ſera iuſtement la moitié du triangle A. O. N. à cauſe de l'eſgalité de difference qui eſt en la proportion, ou pour mieux dire, progreſſion arithmetique : Ainſi le trapeze A. L. B. M. par lequel la figure A. L. B. M. G. pentagone irregulier excede le triangle A. M. G. eſt eſgal à la figure rectiligne A. O. M. B. L. Par laquelle le quarré A.O.M.G. excede le pentagone irregulier. A.L.B.M.G.

Maintenant il eſt plus clair que le iour meſme, que le ſegment du Cercle A. B. M. eſt beaucoup plus grand que la moitié du triangle A. O. M. ou A. G. M. à ſçauoir par la quantité aſſez manifeſte de trois petits ſegments en le quadrant A. B. M. faict par les trois coſtez du duodecagone A. L: L. B: & B. M. En fin il eſt notoire que tout le contenu du Cercle A. M. K. eſt beaucoup plus grand que le contenu d'vne figure, qui eſt ſelõ la progreſſiõ arithmetique entremoyenne, entre le quarré inſcript & circonſcript. Telle figure entre moyenne eſt le dodecagone, ou le quarré de A. E. le coſté du triangle. Mais le contenu du Cercle A. M. D. K. eſt plus grand que le dodecagone inſcript par la quantité de 12. ſegments faicts de 12. coſtez du dodecagone.

Par la lumiere de ceſte demonſtration, purement ligneaire, & geometrique, ſans employer l'aſſiſtance des nombres du grand Canon Mathematique des ſinnes tangens, & ſecans. Nous voyons deſ-ia deffaict, & deſchiré le beau milieu de la ſtructure de ceſte mal baſtie Quadrature,



les principaux piliers de cest edifice sont des-ja brisez, comme frappez d'vn coup de tonnerre enuoyé du Ciel de la verité. Car où nostre Docteur dict en la seconde figure. Et d'autant que A B C K. et A E C D. contiennent 8. quarreaux. C'est a dire desquelles parties le quarré inscript A E C K. contient 8. le circonscript L M N O. contiendra 16 le contenu du Cercle A F E C K. comme il afferme, contiendra 12. contre la verité Geometrique qui est si le quarré inscript contient 8. le circonscript aura 16. & le dodecagone vrayement 12. comme moyenne grandeur en progression Arithmetique entre les deux quarrez. Doncques le Cercle (qui est plus grand que le dodecagone, inscript par la quantité de 12. segments, faicts par les costez de ladite figure dodecagone) contiendra beaucoup plus que telles 12. parties, desquelles le quarré inscript contient 8. Ie ne suis pas cause que la structure de ceste quadrature est fausse, & qu'elle se dément elle mesme par toutes les ioinctures. Mais ie feray bien cause qu'on verra tout à trauers clairement la lumiere, & le jour, & que dix mille pluyes, non pas de rosées, mais de risées, & mocqueries de Democrite tomberont sur vostre chef enfermé la dedans.

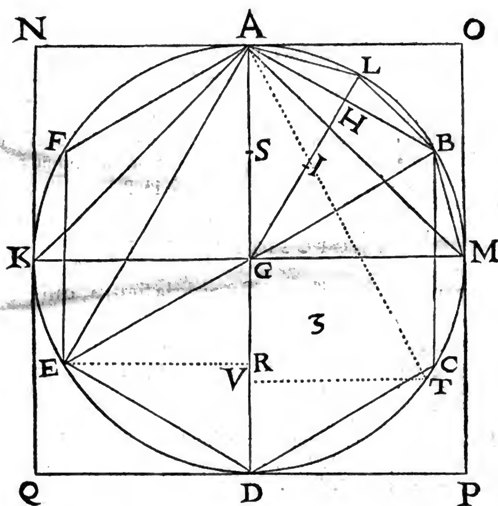
La mesme verité nous ferons facilement voir en nombres. Soit le Dia-

metre A. D. 200, 000. son quarré ou quarré circonscript sera donc, 40, 000, 000, 000, la moitié duquel est 20, 000, 000, 000, pour le quarré A. M. D. K. inscript. La figure entremoyenne en esgalité de differences arithmetiques entre le quarré inscript, & circonscript contiendra 30, 000, 000, 000.

Certes nous voyons icy que ces trois nombres 2. 3. & 4. font l'esgalité de difference en progression Arithmetique. La mesme grandeur entremoyenne se trouuera en suyuant les traicts de nostre demonstration ligneaire. Si nous multiplions par vn rayon A. B. qui vault 100,000, six demy rayons comme G. I. c'est à dire trois rayons 300, 000. (car de ces deux costez est compris le rectangle esgal au dodecagone, comme nous auons demonstré,) sera produicte la mesme grandeur entremoyenne 30, 000, 000, 000, & le quarré circonscript est 40, 000, 000, 000. le quarré inscript sera 20. 000, 000, 000. Autrement si nous multiplions tout le Diametre A. D. qui vaut 4. demy rayons, 200, 000, par A. R. 150. 000. sera produict 30, 000, 000. 000. mesme contenu du dodecagone ou quarré de A. E. costé triangulaire. Comme nous auons expliqué en la demonstration ligneaire. Et par vn autre moyen, nous voyons aux triangles rectangles A. K. D: A. E. D. que D. A: A. K: A. G. sont trois lignes proportionelles geometriques, & D. A: A. E: A. R. sont trois proportionelles, & par consequent le rectangle G. A. D. esgal au quarré inscript, & le rectangle R. A. D. esgal au quarré du costé A. E. Doncques au contenu du dodecagone, Et le quarré de D. A. est le quarré circonscript. Donc ces trois figures, le quarré circonscript, le dodecagone, & le quarré inscript, auront mesme raison que D. A. R. A. & G. A. ont entre eux, c'est à dire, comme 4. 3. & 2. Ie ne peux passer soubs silence d'affermer que comme vn angle droit est tousiours esgal à vn autre: ainsi la verité Arithmetique est tousiours conuenante auec la verité Geometrique. Mais le contenu du Cercle A. M. D. K. selon l'exacte supputation du tres-docte, & tres-subtil Viette, contient 314, 159, 265, 36. qui est beaucoup plus grand que la figure entremoyenne entre les deux quarrez, la 4. partie des contenans du Cercle sera 785.398.163.4. pour le quadrant de A. M. G. Mais la 4. partie de l'entremoyenne figure dodecagone, sera seulement. 750, 000, 000, 0. Pour la valeur de la figure irreguliere de 5. costez A. L. B. M. G. Desquelles figures, si nous ostions la 4. partie du quarré inscript, ou le triangle A. M. G. Il restera pour la grandeur du trapeze A. L. B. M. 250, 000, 000, 0. qui est la vraye moitié du triangle A. G. M. ou A. O. M. Doncques le segment A. L. B. M. sera bien plus grand que la moitié du triangle A. G. M. ou A. O. M. Car ostons la 4. partie du quarré inscript, sçauoir A. M. G. 500,000,000, 0. de la 4. partie du contenu du Cercle, 785, 398,163.4. il restera 285, 398, 163. 4. Pour la quantité du segment A. B. M. qui est

bien plus grand que le trapeze A. L. B. M. qui est la vraye moitié du triangle A. O. M. ou A. M. G. qui contient 500, 000, 000. Ce que i'auois proposé à demonstrer.

Maintenant nous appliquerons ceste lumiere pour esclaircir vos erreurs par la proposition suiuante. pour accompagner les nombres & proportions d'Archimede, auec la verité d'vne miene demonstration purement Ligneaire. Apres que nous aurons contenté la curiosité & subtilité des esprits, ie mettray en auant quelques obseruations des proportious tant Geometriques, qu'Arithmetiques qu'on trouue dans la structure de nostre 3, figure, qui sont les fondements de toute harmonie & consonance musicale, laquelle harmonie n'aura pas moins de force de contenter le Lecteur, que de charmer, & chasser l'ignorance dudit Scotto.



En premier lieu, nous voyons vne proportion double entre le quarré circonscript, & le quarré inscript, entre l'exagone & le triangle, tous deux inscripts. Car l'exagone est esgal au rectangle , compris soubs le costé du triangle & trois demy rayons : Cest à dire la ligne perpendiculaire A. R. du triangle. De ces proportions doubles, est faicte la consonance qu'on nomme en Musique *Diapason*. Nous remarquons aussi vne proportion

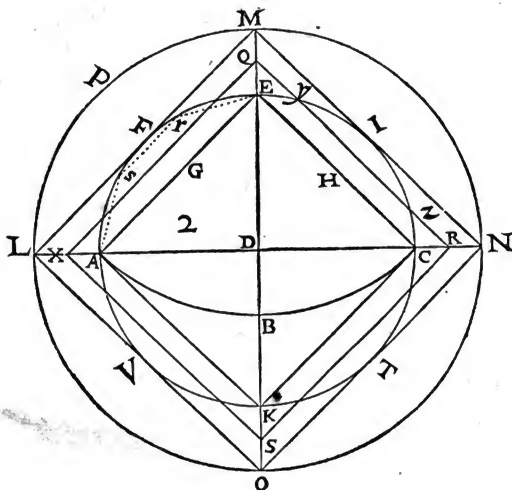
sesquialtre, c'est à dire, comme trois à deux entre le dodecagone inscript, ou le quarré du costé du triangle, & le quarré inscript, d'où est produite l'harmonie dicte *Diapente*. Apres nous considerons aussi vne proportion soubsesquitierce, comme trois à 4. entre le dodecagone, ou quarré du costé du triangle, & le quarré circonscript d'où est faicte ceste harmonie appellee *Diatessaron*. Nous voyons aussi vne proportion quadruple entre le quarré circonscript, & le quarré du rayon d'où est faicte l'harmonie double *Diapason*. En fin nous remarquons la proportion triple qui est entre le quarré du costé du triangle, & le quart du rayon, ou costé de l'exagone qui est conforme à l'harmonie composée du *Diapason & Diapente*. Il n'est pas sans raison que les anciens Caldéens, Babyloniens, Ægyptiens, & Grecs bien versez en la cognoissance des effects des astres, & des signes, ont faict tant d'estat de la diuision du Zodiaque en 12. signes, lequel est representé icy par nostre dodecagone, & de la diuision en 6. 4. 3. & 2. auec la ligne diametrale, pour expliquer toutes les sortes d'aspects, & regards effectueux entre les astres, sçauoir est le sextil par l'exagone, le quadrat par le quarré, le trin par le triangle, & l'opposite par la ligne diametrale. Et en ces seuls nous trouuons toutes les sortes de consonances, ou harmonies qui se trouuent en la Musique.

Ie ne doubte pas que ces miennes obseruations sur ma figure ne soient agreables à tous esprits qui ayment la raison, & l'harmonie, horsmis à nostre Scotto, homme esloigné de toute verité & proportion. Mais reuenons à nostre application.

PROPOSITION IIII.

Ayant consideré la structure de la figure, qui est la 2. & meurement examiné la Symmetrie, & proposition de chasque partie. Ie dis que le segment. L. P. F. M. est plus grand que le trapeze. L. M. E. A. ou le triangle. A. E. D.

Par ce que nous auons monstré par demonstration ligneaire en la 3. figure que le segment A. F. E. G. est beaucoup plus grand que la moitié du trapeze L. M. E. A. par la quantité de trois petits segments faicts par les trois costez du dodecagone A. S : S. R : R. E. Doncques le double du segment A. F. E. G. sçauoir L. P. M. F. sera beaucoup plus grand que le trapeze. L. M. E. A. ou le triangle A. E. D. sçauoir par la quantité de six segments faits par les six costez du dodecagone:



Par ce que par la precedente demonstration ligneaire nous auons clairement monstré, que le dodecagone est vne moyenne figure en progression Arithmetique entre le quarré inscript, & circonscript : ayant doncques inscript les trois costez du dodecagone A. S : S. R : R. E : nous aurons trois figures en progression arithmetique, ou l'esgalité des differences sera obseruée. sçauoir est le triangle A. E. D. pour la premiere & moindre : le pentagone A. S. R. E. D. pour la 2. & entremoyenne : le triangle L. M. D. pour la troisiesme & plus grande. Il est euident par nostre precedente demonstration, que le trapeze A. S. R. E. qui est la difference entre la moyenne, qui est le Pentagone, & la premiere figure A. E. D. est esgal à l'hexagone irregulier L. A. S. R. E. M. qui est la difference entre la plus grande & la moyenne. Doncques ces deux differences, sçauoir l'exagone, & le petit trapeze, sont vrayement les deux moitiez du grand trapeze. L. M. E. A. Mais le segment A. F. E. est beaucoup plus grand que le petit trapeze A. S. R. E. qui est la moitié du grand trapeze, par la quantité de trois petits segments faits par les trois costez du dodecagone. Doncques le double du segment A. F. E. G. sçauoir L. P. M. F. sera beaucoup plus grand que le trapeze L. M.

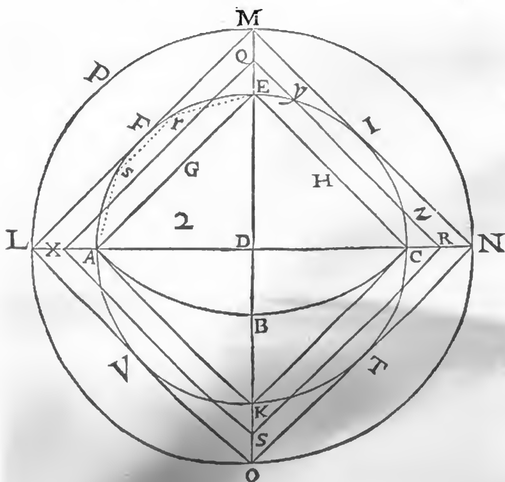
E. A. ou le triangle A. E. D. ſçauoir par la quantité de ſix ſegments, faits par les ſix coſtez du dodecagone. Il s'enſuiura que L. F. A. & M. F. E. figures mixtilignes ſeront beaucoup moindres que la moitié du trapeze, par la meſme quantité des trois petits ſegments, faits par les trois coſtez du dodecagone A. S : S. R : R. E. où eſt manifeſtée la fauſſeté de la conſequence en voſtre ſeconde pretenduë demonſtration en ces paroles, *Außi A. E. D. ſera le double de L. F. A. & M. F. E.* Car par la demonſtration ligneaire precedente, il eſt euident que A. E. D. le triangle (par ce qu'il eſt eſgal au trapeze L. M. E. A.) eſt vrayement le double d'vn hexagone irregulier M. L. A. S. R. E. lequel hexagone eſt plus grand que les deux figures mixtilignes L. F. A. et M. F. E. par la quantité de trois petits ſegments. Doncques le triangle A. E. D. ſera plus grand que le double de ces deux portions L. F. A : M. F. E. par la quantité de ſix petits ſegments faits par les ſix coſtez du dodecagone. Voila doncques le fondement de voſtre baſtiment de la quadrature du Cercle deſmoly, & toutes vos conſequences bouleuerſees. Car il s'enſuiura comme A. E. D. le triangle eſt demonſtré plus grand que le double de ces deux portions exterieures L. F. A. et M. F. E. par la quantité de ſix ſegments du dodecagone. Et ainſi le triangle E. D. C. par meſme raiſon ſera plus grand que le double des deux portions exterieures M. E. I. et N. I. C. par la quantité de ces ſix ſegments. Et pareillement la figure Lunaire hypocratique A. B. C. K. qui eſt eſgale au triangle A. E. C. ſera plus grande que le double des autres portions L. A. V : V. O. T : T. C. N. par la quantité auſſi de 12. ſegments. Soyez donc aſſeuré que A. B. C. K. auec le triangle A. E. C. D. ſeront beaucoup plus grands que le double des 4. portions exterieures L. F. V : M. F. I : N. I. T. et O. T. V. par la quantité aſſez ſenſible a ſçauoir de 24. ſegments, par le coſté du dodecagone: Vous voyez de combien vous vous eſtes eſloigné de la verité, & comme vous meſurez à fauſſe meſure, & peſez à faux poids. Vous voyez icy debattuë & ruynee l'eſgalité de vos figures, & ainſi l'eſſence de voſtre quadrature, auſſi bien que fauſſe proportion de 4. à 12. Nous auons deſcouuert l'ineſgalité de la quantité de vos figures, ie ne dis pas comme vous, de corps lequel on ne ſçauroit trouuer dans vne ligne ou ſuperficie, horſmis vn autre voſtre ſemblable, pluſtoſt corporel, & materiel Mathematicien, que ſpirituel. Icy vos errantes conceptions, chalouppes de voſtre ignorance, ont faict bris, & vous ont precipité dans l'abyſme de confuſion, conceptions diſ-je de fumee qui ont eſté rauies par le vent, pour augmenter le nombre des Atomes : Mais voſtre ſeule imprudence ou pour mieux dire impudence, vous a plongé dans ce gouffre, car ayant recogneu, & affermé temerairement, que ce diuin Archimede & Monſieur de S. Clair mon maiſtre, auoient faict naufrage en ce deſtroit, vous n'auez pourtant delaiſſé y faire voile pour vous y aller perdre. Il eſt vray que l'eſclat des rayons de la ſcience d'Archimede vous auoit eſbloui les yeux, & tel-

& tellement renuersé vostre iugement, que vous vous estiez imaginé qu'il auoit fait naufrage & que vous seul auiez vogué heureusemēt sur la Quadrature du Cercle, c'est pourquoy ie vous prie de vous esueiller de si long sommeil, où rien autre chose que songes, fantosmes, & resueries vous ont entretenu & deçeu iusques à present, lesquels vostre constante inconstance suit comme Cameleons metamorphosés en vn million de formes, qui a mesme temps presque qu'elles paroissent s'esuanouissent, & comme deux formes substantielles ne peuuent subsister en esgalité de puissance sur vn mesme subiect, de mesme vostre iugement ne peut mettre au iour vne inuention qu'au prealable elle ne destruise tout ce qu'elle auoit produict auparauant. Vous auiez premedité vne admirable structure, mais vous la ruinez par vn autre inuention, par ces paroles. *Comme aussi par la ligne Y.Z.* ou plustost Q. R. *moyenne proportionnelle de M. N. & C. E. qui composent le Quadrangle, Q. R. S. X.* Car selon les premieres positions & faulses proportions le quarré L. M. N. O. circonscript contient *16*. le quarré inscript A. E. C. K: 8. & vostre Cercle A. E. C. K. 12. Doncques le Cercle selon vostre fausse doctrine, est vne figure entremoyenne en progression Arithmetique, entre les deux quarrez. Et à cet heure vostre ligne moyenne proportionnelle entre M. N. & C. E. produira vn quarré Q. R. S. X. que vous estimez esgal à vostre Cercle & rendra vostre Cercle vne figure moyenne proportionnelle geometrique entre les deux quarrez. Ainsi par vostre assertion vostre Cercle sera vne figure & moyenne proportionnelle geometrique, & Arithmetique entre les deux quarrez, qui est absurdité tresgrande, monstrant la confusion en laquelle vous vous veautrez. Car en la proportion Arithmetique il y a tousiours esgalité de differences obseruées, & en la proportion geometrique il y a tousiours esgalité de raisons.

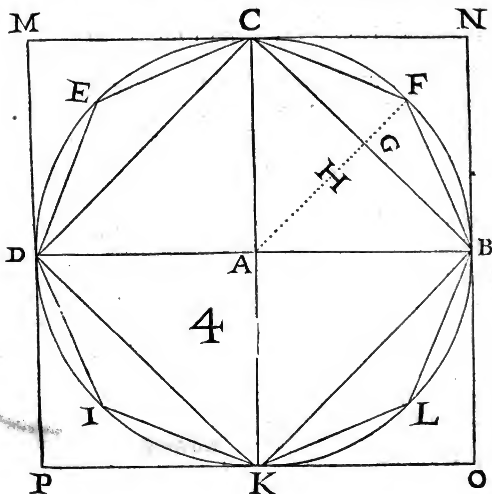
Escoutez donc s'il vous plaist la demonstration de la verité, laquelle si vous eussiez bien entenduë lors que ie vous l'enuoyay par escript, vous ne l'eussiez appellée fausse.

PROPOSITION V.

Le quarré dans le 2. diagramme X.Q.R.S. faict sur Q.R. moyenne ligne proportionnelle entre E.C. le costé du quarré inscript, & N.M. le costé du quarré circonscript, est seulement esgal à l'octogone inscript, dans le mesme Cercle tant s'en faut qu'il peut estre esgal au contenu du Cercle.



Soit au 4. diagramme sur le centre A. descript vn Cercle D. C. B. K. & soit inscript le costé du quarré B. C. Ie dis que le rectangle compris soubs le costé B. C. & le Diametre B. D. est esgal au contenu de l'octogone B.F.C.E.D.I.K.L. inscript au mesme Cercle. Parceque le re-



ctangle soubs A. H. & B. G. est esgal au triangle A. B. F. Donc le rectangle soubs A· H. & B. C. le costé du quarre est egal au trapeze A. B. F. C. Mais il y a dans l'octogone 4. semblables trapezes, & esgaux; donques le rectangle soubs C. B. le costé du quarré, & le quadruple de A. H. c'est a dire Diametre B. D. sera esgal au contenu de l'octogone inscript dans le mesme Cercle & par consequent le quarré de la ligne moyenne proportionnelle entre le Diametre & le costé du quarré inscript sera tousiours esgal au contenu de l'octogone. Donques beaucoup moindre que le contenu du Cercle. Par ceste demonstration il est euident combien est defectueuse la quadrature de vostre Cercle par ceste moyenne ligne proportionnelle aussi bien que par vostre magazin de quantitez dans vostre diagramme mal taillé où l'on n'apprend rien que la vraye cognoissance de vostre parfaicte ignorance sans autre confession.

Pour conclusion, ie vous monstreray le chemin de la vraye Quadrature par vne vraye ligne proportionnelle selon la proposition suiuante.

PROPOSITION VI.

La moyenne proportionnelle entre le diametre ou costé du quarré circonscript, & le quadrant de la circonference, sera le vray costé du quarré, esgal au Cercle donné.

Soit tiré du centre O. le Cercle A. B. C. D. & soit le triangle rectangle d'Archimede A. O. E. duquel les deux costez, comprenant l'angle droict, soient posez esgaux au rayon A. O. et O. E. à la circonference dudict Cercle. Estant donc O. E, diuisé en 4. parties, O. F. sera esgal au demicercle A. B C. et O. L. au quadrant de la circonference. Apres soit continué A. C. iusques à I. en telle sorte que C. I. soit posé esgal à O. L. & autour de A. I. soit designé vn demicercle A. H. I. puis du point C. soit erigé vn perpendicule iusques à la circonference H. Ie dis que le quarré de C. H. (la moyenne proportionnelle entre le Diametre A. C. et C. I. le quadrant de la circonference) est esgal au Cercle donné A. B. C. D. parceque par la premiere d'Archimede le triangle A. O. E. est esgal au contenu du Cercle A. B. C. D. donques le rectangle A. F. sera esgal au mesme Cercle, & par la 14. du 6. element, au rectangle M. C. lequel (compris soubs le Diametre, & la 4. partie de la circonferance) & estant esgal au rectangle A. C. I. par la construction, sera necessairement esgal au quarré de C. H. par la 17. proposition du 6. d'Euclide. Et par consequent le quaré de C. H. sera esgal au contenu dudict Cercle A. B. C. D. donques il est manifeste, que C. H. moyenne proportionelle entre le costé du quarré circonscript, & la 4. partie de la circonference sera le costé du vray quarré esgal au Cercle donné. Ce que nous auions à demonstrer.

E

G F

H

L

M K

B

S

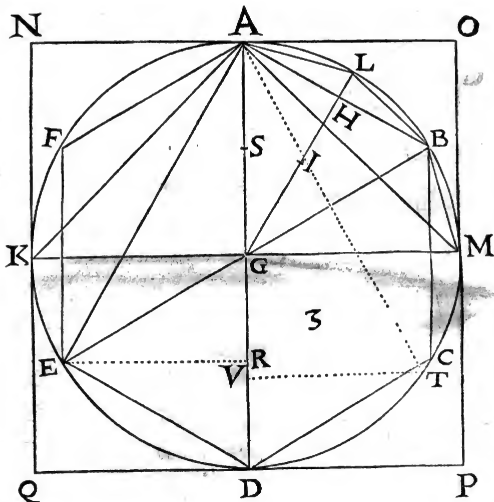
A O C I

D

La verité de la propoſition precedente, eſt auſſi manifeſte en tout polygone inſcript dans le Cercle par ce theoreme ſuiuant,

PROPOSITION VII.

La moyenne proportionnelle entre le Diametre du Cercle & vne ligne compoſée d'autant de coſtez de quelque polygone inſcript, qui ſont ſouſtendus dans le quadrant, ou 4. partie de la circonference dudict Cercle, ſera le vray coſté du quarré eſgal au contenu d'vn polygone inſcript ayant deux fois plus de coſtez & dangles que le premier.



Parceque le rectangle en la 3. figure compris ſoubs A. L. le coſté du dodecagone & 12. demy rayons, (c'eſt a dire trois Diametres) eſt eſgal au polygone de 24. coſtez. (Cela eſt demonſtré en meſme façon comme en la 4. figure de l'octogone,) doncques neceſſairement par la 14. du 6.

element, le rectangle compris soubs vne ligne esgale aux trois costez A. L: L. B: B. M: & vn seul Diametre K. M. sera esgal au contenu du polygone de 24. costez. Parquoy le quarré de la moyenne ligne proportionelle entre le Diametre & la ligne esgale, a autant de costez qui sont inscripts soubs la 4. partie de la circonference, sera tousiours esgal au contenu du polygone inscript dans le mesme Cercle, ayans deux fois plus de costez, & d'angles que le premier: ce qu'il falloit demonstrer.

Appliquons maintenant la verité de ce theoreme à nostre admirable infiny & dernier polygone, le Cercle. Les polygones, le plus qu'ils ont de costez & d'angles, de plus ils approchent à la nature & forme ronde du Cercle. Ainsi par grand merueille nous voyons logez ensemble la multitude & l'vnité, en la ligne circulaire dicte circonference. Car auec le Prince des Philosophes & le docte Iulius Scaliger, nous appellons le Cercle vne figure polygone contenant angles infinis & costez infinis: vne figure d'vn seul angle, & seul costé, & la derniere figure qui peult estre ou inscripte ou circonscripte. C'est pourquoy ne pouuans pas inscrire vne aultre figure contenant plus de costez & d'angles que la circonference mesme, la verité de ce theoreme est claire que le rectangle compris soubs le Diametre K. M. & vne ligne droicte esgale à la circonference du quadrant A. L. B. M. produict vne grandeur esgale au contenu du Cercle. Doncques le quarré de la moyenne proportionnelle entre le Diametre K. M. & vne ligne droicte esgale à la 4. partie de la circonference est tousiours esgale au contenu du Cercle.

Nous pouuons autrement conceuoir ceste proposition septiesme, asçauoir.

La moyenne proportionnelle entre le Diametre, et vne ligne esgale, à la 4. partie du circuit de quelque polygone inscript sera le vray costé du quarré esgal au contenu d'vn polygone inscript, ayant deux fois plus de costez & d'angles que le premier.

Car soit l'hexagone inscript A. B. C. D. E. F. il est certain dans la 3. figure, que A. R. qui contient trois demy rayons, est esgal à la 4. partie du circuit de l'hexagone, & que le rectangle soubs D. A. A. R. est esgal, au quarré de A. E. cest à dire au polygone de 12. costés. doncques le quarré de A. E. la moyenne proportionnelle entre le Diametre A. D. & la ligne A. R. (qui vault la 4. partie du circuit de l'hexagone) est esgal au polygone ayant deux fois plus de costez & d'angles que l'hexagone, asçauoir le dodecagone.

Pour le triangle il sera aussi manifeste à ceux qui entendent, que le re-

ctangle compris ſoubs le coſté du triangle, & la ligne A. R. (qui vaut trois demy rayons) eſt eſgal à l'hexagone; mais le rectangle ſoubs tout le Diametre,& trois quarts d'vn coſté du triangle, (qui eſt la 4. partie de ſon circuit) par la 14. du 6. element,eſt eſgal audict rectangle compris ſoubs vn coſté du triangle & trois quarts du Diametre,à cauſe de leurs coſtez reciproques: C'eſt pourquoy le rectangle ſoubs le Diametre & la 4. partie du circuit du triangle, eſt eſgal au polygone, ayant deux fois plus de coſtez & d'angles, ſçauoir l'hexagone, ainſi en tous les autres polygones, ſera euidente la verité de ceſte propoſition.

Suyuant donc la forme accouſtumée d'Archimede ſoit poſé,& cõcedé par petition la ligne droicte A. V. eſgale au quadrant de la circonference A. L. B. M. ou autrement adiouſtez au triple du Diametre A. D. preſque vne 7. partie, & de toute la ligne compoſée ſoit pris la 4. partie, auquel ſoit eſgal A. V. & du point V. ſoit tirée vne ligne perpendiculaire V. T. iuſques à la circonference, & apres ſoit tirée la ligne A. T. Ie dis que le quarré de la ligne A. T. eſt eſgal au contenu du Cercle A. M. D. K. Parce que le Diametre D. A. a la meſme proportion à la ligne A. T. que la ligne A. T. à la ligne A. V. Doncques le quarré de A. T. eſt eſgal au rectangle D. A. V. compris ſoubs le Diametre D. A. & la ligne A. V. qui eſt poſée eſgale à la 4. partie de la circonference. Mais ce rectangle eſt éſgal au Cercle, comme nous vous auons deſ-ia demonſtré. Doncques le quarré A. T. ſera eſgal au Cercle. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Toutes ces demonſtrations rendent euidente la craſſe ignorance de noſtre nouueau inuenteur de la Quadrature du Cercle, lequel ſe perſuadoit follement l'auoir trouuée, tantoſt dans la proportion arithmetique de 8. 12. 16. du quarré inſcript, Cercle, & quarré circonſcript, que nous auons prouué faulſe, demonſtrant que ceſte proportion ſe trouue ſeulement dans le quarré inſcript, dodecagone, & quarré circonſcript. Tantoſt dans la proportion de 4. à 12. du Diametre à la Circonference. Tantoſt repugnant à ſoy-meſme,dans le quarré de la moyenne ligne proportionelle,entre le Diametre & le coſté du quarré inſcript,beaucoup moindre que l'arc de la Circonference, lequel quarré de la moyenne proportionelle nous auons demonſtré ſeulement eſtre eſgal à l'octogone inſcript dans le meſme Cercle.

Maintenant que nous auons forcé la fortereſſe de l'ennemy des vrayes Sciences, bouleuerſé toutes ſes deffenſes, ruïné ſes angles, triangles,quadrangles, quarrez & quarreaux, nous pendrons au temple de verité toutes les deſpoüilles que nous en auons emporté, qui ſont les arcs & pilliers qui compoſoient ce ſuperbe edifice: ou pour mieux dire, ie vous feray voir à l'œil toutes les erreurs & abſurditez de noſtre Scotto, qui ſont euidentes par nos demonſtrations precedentes.

Premiere-

PREMIEREMENT.

Il croit que le petit segment A. F. E. G. soit esgal à la moitié du trapeze L. M. E. A. Mais nous sommes assez instruits qu'il est plus grand de la quantité de trois segmens du dodecagone faicts par les costez A. S: S. R: R. E. Et par consequent il se trompe, ou il pense que le grand segment L. P. F. M. est esgal au trapeze L. M. E. A. Car nous l'auons monstré plus grand, de six segmeuts du dodecagone.

Tout de mesme le segment A. B. C. D. par la mesme quantité de six segments, excede ledict trapeze ou le triangle A. E. D.

Aussi il est court en ses mesures quand il pense que F. M. E. et F. L. A. figures mixtilignes sont la moitié du grand trapeze : car ils sont moindres de trois segments du dodecagone, faict par A. S: S. R: R. E. Donques le segment A. F. E. G. estant plus grand que le petit trapeze A. S. R. E. faisant la moytié du grand, sera aussi plus grand que l'autre moitié du grand trapeze, sçauoir l'hexagone irregulier L. A. S: S. R: R. E. M. par lesdits trois segments du dodecagone. Donques il s'ensuiura que le segment A. F. E. G. sera plus grand que les figures mixtilignes L. F. A. & M.

F. E. par la quantité de six segments du dodecagone, qui est vne grande erreur. Car nostre docteur croyoit que le segment A. F. E. G. estoit esgal à ces deux figures mixtilignes, L. F. A. et M. F. E. comme constituant la moitié du trapeze M. L. E. A.

Par mesme raison le segment E. I. C. H. sera plus grand que les deux figures mixtilignes M. E. I. et N. C. I. par la quantité de six segments du dodecagone. C'est pourquoy le grand segment L. P. M. F. ou A. B. C. D. sera plus grand que les figures mixtilignes M. F. I: F. A. L: et N. C. I. par la quantité de 12. segments du dodecagone: Voila de combié il s'est esgaré en son calcul, croyant que L. P. M. F. deuoit estre double precisement aux deux figures mixtilignes F. A. L: et M. F. E. Et par consequent esgal à ces trois figures M. F. I: F. A. L. et N. C. I. trompé de 12. segments du dodecagone.

Et par consequent les 4. grands segments semblables à L. P. M. F. lesquels selon son assertion deuoient estre doubles aux quatre figures mixtilignes M. F. I: F. L. V: V. O. T: & T. N. I. seront par la force de ma vraye demonstration plus grands que le double par la quantité de 48. segments du dodecagone. C'est Messieurs comme il veut vous abuser, & desrober s'il peut la vraye mesure du contenu du Cercle.

Aussi il se trompe grandement quand il afferme en sa fausse consequéce, que A. B. C. K. figure lunaire Hypocratique conioinct auec A. E. C. D. c'est à dire tout le quarré inscript A. E. C. K. sera le double des quatres portions exterieures figures mixtilignes L. F. V: M. F. I: N. I. T. et O. T. V. il s'abuse seulement de la quantité de 24. segments dodecagones par laquelle ledit quarré est plus grand que ces 4. portions exterieures. Comme nous auons geometriquement demonstré.

Enfin il veut que le Cercle soit vne quantité my-toyenne en progression Arithmetique entre les deux quarrez. Mais i'ay demonstré, qu'il est beaucoup plus grand par la quantité de 12. segments dodecagones, qui est vraymeut my-toyenne Arithmetique entre les deux quarrez.

Considerons donc benin lecteur, si ce Philistin ainsi deffaict a iuste raison de d'egorger contre les nourriçons des vrayes sciences, & se vanter vainement, & temerairement à Rome par vn traicté dedié à sa Sainctete. Voicy les paroles. *Per proua di detta mia quadratura la quale si compone per la linea Y. Z. media proportionale de M. N. C. E. che compone il quadrato Q. R. S. X. vguale al circolo, A. E. C. K,* & plus bas *questa verità, sostengo contra tutti que lli che insegnano le Mathematiche, che insegnano il falso in pregiudicio del publico il quale si deue corregere.* parolles à la verité non moins arrogantes que celles qu'il a mis en auant à Paris en sa premiere affiche, les voicy.

Cependant ledict Scotto soustient comme il a desia depuis trois ans soustenu par d'autres affiches, que la superficie de ladicte Quadrature par esgalité de figures, & ladicte proportion des 4. à 12. par esgalité de nombres sont veritables, &

que personne ne sçauroit monstrer par autre proportion que l'on y voudroit donner, conioincte à l'esgalité desdictes figures, ledict Scotto ne face clairement apparoistre que ces demonstrations la seront toutes fausses, ou pour le moins mal appliquées.

Ce sont les paroles d'vn Goliath, qu'vn petit Dauid pourra bien renuerser & perdre.

La patience & bienueillance du lecteur ne me permettent que ie luy denie la cognoissance de quelques belles propositions, qui resultent de mes precedentes demonstrations.

PROPOSITION VIII.

La moyene proportionelle entre la perpendiculaire du triangle inscript, (cest à dire les $\frac{3}{4}$ du Diametre) & vne ligne esgale à la troisiesme partie du circuit de quelque polygone inscript au mesme Cercle, sera le vray costé du quarré esgal au contenu d'vn polygone inscript, ayant deux fois plus de costez & d'angles que le premier.

Dautant qu'à la troisiesme figure il a esté demonstré que le rectangle compris soubs A. R. perpendiculaire, & A. E. costé du triangle inscript, est esgal au contenu de l'hexagone: donc par la 17. du 6. Element le quarré de la moyenne proportionnelle entre A. R. perpendiculaire, & A. E. costé du triangle sera esgal au contenu de l'hexagone. Il est aussi euident que le rectangle sous A. R. perpendiculaire, & A. D. Diametre, (c'est à dire A. B, B. C. troisiesme partie du circuit de l'hexagone) est esgal au contenu du dodecagone, qui a 2. fois plus de costez & d'angles que l'hexagone: donc le quarré de la moyene proportionelle entre A. R, & A. D. est esgal au dodecagone.

Mais considerons le dodecagone inscript: Ie dis que le quarré de la moyenne proportionelle, entre A. R. perpendiculaire, & la troisiesme partie du circuit du dodecagone, (c'est à dire 4. fois A. L.) est esgal au contenu du polygone de 24. costez & angles. Par ce que le Rectangle sous A. D. & trois fois A. L. & le Rectangle sous A. R. & 4. fois A. L. ont leurs costez reciproques. Car A. D. a mesme raison à A. R. que 4. fois A. L. à 3. fois A. L: Donc par la 14. du 6. Element ces deux rectangles sont esgaux: Par consequent le rectangle sous A. R. & 4. fois A. L. sera esgal au contenu du polygone de 24. costez & angles, inscript au mesme Cercle. Partât le quarré de la moyenne proportionelle entre la perpendiculaire du triangle inscript & la troisiesme partie du cir-

cuit du dodecagone inscript est esgal au contenu du polygone de 24. costez & angles.

Mais monstrons aussi la mesme verité au quarré, & à l'octogone. Ie dis que le quarré de la moyenne proportionelle entre la perpendiculaire. A. R. & la 3. partie du circuit du quarré inscript est esgal au contenu de l'octogone; Car soit entendu le costé du quarré inscript A. M. diuisé en trois; Donc A. M. augmenté d'vn tiers, sera la troisiesme partie de son circuit: Mais telle raison qu'a le costé A. M. augmenté d'vn tiers au mesme costé A. M. la mesme a D. A. Diametre à la perpendiculaire A. R: Donc par la 14. du 6. Element le rectangle sous D. A. & A. M. sera esgal au rectangle sous R. A. & A. M. augmenté d'vn tiers, & par consequent ce rectangle compris sous R. A. & la troisiesme partie du circuit du quarré sera esgal au contenu de l'octogone. C'est pourquoy le quarré de la moyenne proportionelle entre la perpendiculaire du triangle & la troisiesme partie du circuit du quarré, sera esgal au contenu du polygone, ayant 2. fois plus de costez & d'angles. Sçauoir est à l'octogone, & ainsi en tout autre polygone inscript au Cercle la verité de ceste proposition sera infallible & eternelle.

COROLLAIRE.

La superficie ou contenu de l'hexagone appliquée à la perpendiculaire A. R. sera en sa latitude le costé A. E. du triangle inscript.

Le contenu du dodecagone appliqué à la perpendiculaire A. R. sera pour sa latitude, deux costez de l'hexagone, ou vn Diametre.

Le plan de la figure de 24. costez appliqué à la perpendiculaire A. R. sera en sa latitude 4. costez du dodecagone.

L'espace de la figure 48 costez appliqué à la perpendiculaire A. R. sera en sa latitude 8. costez de la figure de 24. costez & angles.

Le contenu du polygone de 96. estant appliqué à la perpendiculaire A. R. sera en sa latitude 16. costez de la figure de 48. costez.

Le contenu du polygone de 192. costez estant appliqué à ladicte ligne A. R. sera sa latitude esgale à 32. costez de la figure de 96. costez. Et ainsi des autres de suite en proportion double, commençant au triangle, lequel n'a point de figure inferieure inscripte, son contenu estant appliqué à ladicte ligne A. R. sera en sa latitude la moitié de son costé qui est la 6. partie de son circuit.

Le contenu de l'octogene appliqué à la perpendiculaire A. R. sera en sa latitude le costé du quarré augmenté d'vn tiers.

La superficie de la figure de 16. costez appliquée à la ligne A. R. sera en sa latitude vne ligne esgale aux 2. costez de l'octogone & $\frac{2}{3}$

Le contenu de la figure de 32. appliqué à la ligne A. R. sera en sa latitude, vne ligne esgale aux 4. costez, & $\frac{2}{3}$, c'est à dire 5. costez, & $\frac{1}{3}$ de la fi-

gure de 16.

Le contenu de 64. appliqué à la ligne A. R. fera en sa latitude vne ligne esgale à dix costez & ⅔ de la figure de 32.

L'espace de la figure de 128, appliqué à la ligne A. R. fera sa latitude esgale à 21. costé, & ⅓ de la figure de 64. & ainsi de toutes les autres figures en proportion double, & commencant au quarré, lequel appliqué à la perpendiculaire A. R. fera sa latitude esgale au rayon augmenté d'vne tierce partie.

PROPOSITION IX.

Tous Polygones inscripts au Cercle, ont mesme proportion entre eux, que les troisiesmes parties des circuits de leurs polygones inferieurs aussi inscripts, c'est à dire de ceux qui ont seulement la moitié des costez, & des angles.

Soient inscripts l'hexagone, l'octogone, le dodecagone. Ie dis que ces trois ont mesme proportion entr'eux que le costé du triangle, le costé du quarré augmenté d'vn tiers, & les 2. costez de l'hexagone ou le Diametre: D'autant que ces trois grands polygones estans appliquez à la perpendiculaire A. R. feront en leurs trois latitudes, les troisiesmes parties des circuits de leurs trois inferieurs polygones, sçauoir l'hexagone appliqué à la ligne A. R. fera en sa latitude le costé du triangle; l'octogone appliqué, fera le costé du quarré augmenté d'vn tiers: Le dodecagone fera en sa latitude 2. rayons ou le Diametre: Donc par la premiere du 6. Element ces polygones, l'hexagone, octogone & dodecagone, auront mesme raison entr'eux que A. E. costé du triangle A. M. augmenté d'vn tiers; & A. D. Diametre, & ainsi de tout autre polygone inscript au Cercle.

TABLE DES PROPORTIONS des figures inscriptes au Cercle entre elles.

Le Triangle est à l'hexagone, comme la moitié de son costé est au mesme costé.

L'hexagone est au dodecagone, comme le costé du triangle est aux 2. costez de l'hexagone, ou au diametre.

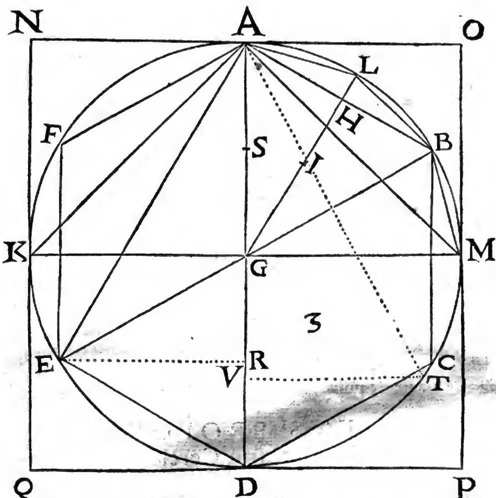
Le dodecagone est au polygone de 24. costez, comme le Diametre est à 4. costez du dodecagone.

Le polygone de 24. est au polygone de 48. comme 4. costez du dodecagone sont à 8. costez de la figure de 24. & ainsi des autres par mesme proportion & progression, commençant au triangle.

Tout de mesme l'on peut faire vne table des polygones, commençans au quarré; par la table des applications precedentes.

PROPOSITION X.

Le quarré de la moyene proportionelle entre la perpendiculaire A. R. du triangle inscript, & la troisiesme partie de la Circonference A. K. E. est esgal au contenu du Cercle.



Car deux Rectangles, dont l'vn est compris sous le Diametre, & la quatriesme partie de la circonference, l'autre sous $\frac{3}{4}$ du Diametre, sçauoir A. R, & la troisiesme partie de la Circonference; Ces deux rectangles ont leurs costez reciproques. Car le Diametre a mesme proportion à ces $\frac{3}{4}$ que la troisiesme partie de la circonference au quadrant, ou quart de la circonference du Cercle: Donc ces 2. rectangles sont esgaux par la 14. du 6. Element; partant le quarré de la moyene proportionelle entre la

perpendiculaire A. R. & la troisiesme partie de la circonference sera esgal au contenu du Cercle. Ce qu'il falloit demonstrer.

Faut icy obseruer, que le quarré de la moyene proportionelle, entre ladicte ligne A. R. & la troisiesme partie du circuit de quelque polygone inscript, est tousiours esgal au contenu du polygone superieur inscript, ayant 2. fois plus de costez & d'angles : Mais par ce qu'il n'ya point de polygone superieur inscript au Cercle que le Cercle mesme, le quarré de ladicte moyene proportionelle entre A. R. & la troisiesme partie de la circonference est esgal au contenu du Cercle mesme, comme nous auons demonstré.

Il s'ensuit aussi que la superficie du Cercle estant appliquée à la perpendiculaire du triangle A. R. sera en sa latitude vne ligne droicte esgale à la troisiesme partie de la circonference, soustenuë du costé du triangle.

PROPOSITION XI.

Le quarré de la moyene proportionelle entre le rayon, ou Semidiametre, & la moitié du circuit de quelconque polygone inscript au Cercle, est esgal au contenu du polygone inscript, ayant 2. fois plus de costez & d'angles.

D'autant que le Rectangle compris sous le rayon & la moitié du circuit d'vn polygone, est esgal au Rectãgle compris sous le Diametre & la quatriesme partie du circuit, à cause des costez reciproques: Donc le quarré de la moyene proportionelle, entre le rayon & la moitié du circuit, est esgal au contenu du polygone inscript, ayant 2. fois plus de costez & d'angles que le premier. Ce qu'il failoit demonstrer.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que la superficie de l'hexagone appliquée au rayon ou Semidiametre, sera en sa latitude le costé & demy du triangle inscript, & le dodecagone ainsi appliqué sera en sa latitude trois costez de l'hexagone.

Le polygone de 24. costez ainsi appliqué, sera en sa latitude six costez du dodecagone, & ainsi des autres à l'infiny, commençant au triangle.

Pareillement l'octogone estant appliqué au rayon sera en sa latitude deux costez du quarré inscript.

Le polygone de 16. costez ainsi appliqué, sera en sa latitude 4. costez de l'octogone inscript, & ainsi des autres, iusques à l'infiny.

PROPOSITION XII.

Le quarré de la moyene proportionelle entre le demy-rayon ou moitié du Semidiametre, & le circuit total de tout polygone inſcript au Cercle eſt eſgal au contenu du polygone inſcript, ayant deux fois plus de coſtez & d'angles.

Ceſte propoſition eſt manifeſte par la precedente, d'autant que les Rectangles, dont l'vn eſt compris ſous le rayon, & la moitié du circuit, & l'autre ſous le demy rayon & le circuit total, ont leurs coſtez reciproques, ſeront neceſſairement eſgaux, partant le quarré de la moyenne proportionelle entre le demy-rayon & le circuit de tout polygone inſcript au Cercle, eſt eſgal au contenu du polygone inſcript, ayant deux fois plus de coſtez & d'angles que le premier. Ce qu'il falloit demonſtrer.

COROLLAIRE.

D'où il s'enſuit que le contenu de l'hexagone appliqué au demy rayon fera ſa latitude eſgale à tous les trois coſtez du triangle.

Le dodecagone ainſi appliqué au demy rayon fera ſa latitude eſgale aux *6.* coſtez de l'hexagone.

Le polygone de 24. coſtez appliqué au demy rayon fera ſa latitude eſgale aux 12. coſtez du dodecagone, & ainſi des autres à l'infiny, commençant au triangle.

Pareillement l'octogone eſtant appliqué au demy rayon fera ſa latitude eſgale aux 4. coſtez du quarré inſcript.

Le polygone de 16. coſtez ainſi appliqué fera ſa latitude eſgale aux 8. coſtez de l'octogone inſcript au meſme Cercle, & ainſi des autres conſecutiuement en progreſſion geometrique & proportion double de coſtez & angles, commençant au quarré.

Le contenu du decagone appliqué au demy rayon au Cercle ou il eſt inſcript, fera ſa latitude eſgale aux 5. coſtez du pentagone.

Le polygone de 20. coſtez ainſi appliqué, fera ſa latitude eſgale aux 10. coſtez du decagone, ainſi des autres iuſques à l'infiny, commençant du pentagone.

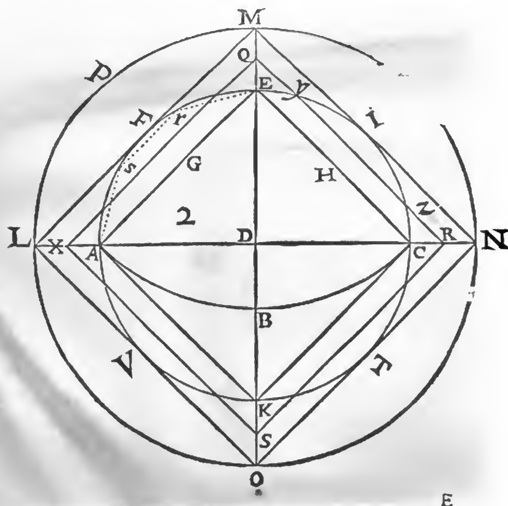
PROPOSITION XIII.

Le quarré de la moyene proportionelle entre le rayon & la moitié de la circonference, est esgal au contenu du Cercle.

D'autant que le rectangle sous le rayon & la moitié de la circonference est esgal au triangle d'Archimede; & partant à la superficie du Cercle: c'est pourquoy le quarré de la moyene proportionelle entre le rayon ou Semidiametre du Cercle, & la moitié de sa circonference, sera esgal au contenu du Cercle.

PROPOSITION XIV.

Le quarré du Diametre, c'est à dire, le quarré circonscript, a mesme proportion au Cercle que le Diametre à la 4. partie de la circonference.



D'autant que le Diametre, le costé du quarré esgal au Cercle, & la quatriesme partie de la circonference, par la 6. proposition precedente sont en proportion continuë, donc par le Corollaire de la 20. proposition du 6. Element, le quarré du Diametre, sera au quarré esgal au Cercle, comme le Diametre à la 4. partie de la circonference. Ce qui estoit proposé.

D'où l'on peut voir manifestement l'erreur de celuy qui a creu par son ignorance, que le quarré du Diametre auoit mesme proportion au Cercle, que le Diametre à la ligne qui soustend la 4. partie de la circonference, qui est le costé du quarré inscript au Cercle.

Veu que son opinion erronée est, que le quarré de la moyenne proportionelle entre le Diametre A. C. ou M. N. & le costé E. C. du quarré inscript, est esgal au contenu du Cercle, lequel nous auons demonstré seulement esgal à l'octogone.

Ailleurs, il se destruit luy mesme croyant, que le quarré du Diametre a mesme proportion au Cercle que 16. à 12. Donc par son opinion impertinente, & par le Corollaire de la 20. proposition du 6. Element, le Diametre A. C. sera au costé du quarré C. E. comme 16. à 12. c'est à dire, que la diagonale sera commensurable en longitude au costé du quarré duquel elle est diagonale; Ce qui est contre la derniere proposition du 10. Element. Mais c'est perdre le temps de citer les propositions du 10. liure d'Euclide, à celuy qui n'entend pas seulement celles du premier liure.

PROPOSITION XV.

Le quarré du rayon ou Semidiametre a mesme proportion au Cercle, que le mesme Semidiametre a à la moitié de la circonference.

Par ce que le Semidiametre est au costé du quarré esgal au Cercle, comme ledict costé à la moitié de la circonference.

PROPOSITION XVI.

Le quarré de la ligne perpendiculaire A. R. ou 3. demy rayons, est au Cercle comme la mesme ligne perpendiculaire du triangle inscript, à la troisiesme partie de la circonference soustenuë du costé dudit triangle.

D'autant, que la perpendiculaire A. R. est au costé du quarré esgal au Cercle, comme ledict costé est à la 3. partie de la circonference.

PROPOSITION XVII.

Tous Polygones inscripts au Cercle, ont mesme proportion entr'eux que les quatriesmes parties des circuits de leurs polygones inferieurs, aussi inscripts; c'est à dire, de ceux qui ont seulement la moitié des costez & des angles.

Soient inscripts l'hexagone, octogone, & dodecagone; Ie dis que ces trois polygones ont mesme proportion entr'eux que la 4. partie du circuit du triangle, le costé du quarré, & 3. demy rayons.

D'autant que par la 7. proposition precedente le Rectangle compris sous le Diametre, & la 4. partie du circuit de quelconque polygone, est esgal au cōtenu du polygone, ayant 2. fois plus de costez & d'angles: ainsi le Rectāgle sous le Diametre, & la 4. partie du circuit du triangle est esgal à l'hexagone: le Rectangle sous le Diametre, & le costé du quarré est esgal à l'octogone; le Rectangle sous le Diametre, & 3. demy rayons est esgal au dodecagone; Donc par la premiere du 6. Element, ces 3. grands polygones ont mesme proportion entr'eux, que les quatriesmes parties des circuits de leurs polygones inferieurs. Ce qui estoit proposé.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que l'hexagone appliqué au Diametre fera en sa latitude $\frac{1}{4}$ du costé du triangle, ou la 4. partie du circuit.

Le contenu du dodecagone appliqué au Diametre, fera en sa latitude 3. demy rayons, la 4. partie du circuit de l'hexagone.

La superficie de la figure de 24. costez, appliquée au Diametre, fera en sa latitude 6. costez du dodecagone, & ainsi des autres consecutiuement, qui commencent au triangle.

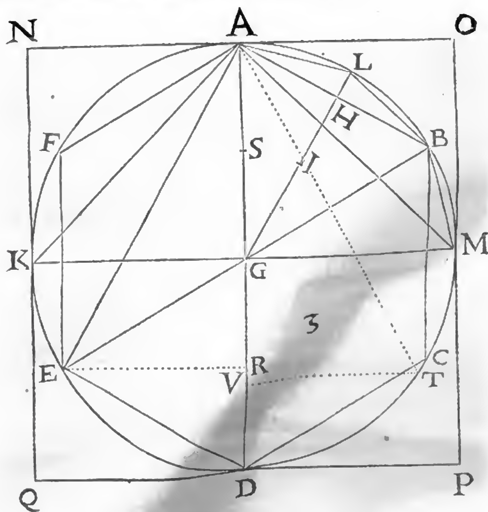
Semblablement l'octogone appliqué au Diametre, fera en sa latitude le costé du quarré son inferieur.

Le contenu du polygone de la figure de 16. appliqué au Diametre, fera en sa latitude 2. costez de l'octogone.

Le contenu du polygone de 32. appliqué au Diametre, fera en sa latitude 4. costez de la figure de 16. & ainsi des autres en continuant.

Par ces applications precedentes, il est facile à voir qu'elle proportion les polygones inscripts ont entr'eux, comme par exemple le triangle est

à l'hexagone, comme la 8. partie de ſon circuit à la 4. & l'hexagone a meſme proportion au dodecagone que la 4. partie du circuit du triangle, aux trois demy rayons, qui eſt la 4. partie du circuit de l'hexagone: & le dodecagone a meſme raiſon au polygone de 24. coſtez, que 3. demy rayõs aux 3. coſtez du dodecagone, & le polygone de 24. coſtez, à meſme raiſon au polygone de 48. coſtez que 3. coſtez du dodecagone à 6. coſtez de la figure de 24. coſtez, & ainſi des autres conſequemment.



PROPOSITION XVIII.

Tout polygone inſcript au Cercle: à meſme raiſon au Cercle que la quatrieſme partie du circuit de ſon polygone inferieur, qui a la moitié moins de coſtez & d'angles a à la 4. partie de la circonference du meſme Cercle.

D'autant que le contenu de tout polygone appliqué au Diametre faict ſa latitude eſgale à la 4. partie du circuit du polygone inferieur: auſſi

le contenu du Cercle appliqué au Diametre, faict sa latitude esgale à la 4. partie de sa circonference, donc par la premiere du 6. ceste proposition est manifeste.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit, que l'octogone a mesme proportion au Cercle, que le costé du quarré inscript A. M. à la 4. partie de la circonference A. B. M. & que le polygone de 16. costez a mesme proportion au Cercle, que les 2. costez de l'octogone C. F: F. B. à la 4. partie de la circonference A. F. B. & ainsi des autres.

Et faut noter, que le quarré inscript est au Cercle, comme le Semydiametre à la 4. partie de la circonference.

Pareillement que l'hexagone a mesme proportion au Cercle, que la 4. partie du circuit du triangle à la 4. partie A. B. M. de la circonference du Cercle.

Le dodecagone a mesme proportion au Cercle, que 3. demy rayons, comme A. R. à la 4. partie de la circonference, comme A. B. M.

Le polygone de 24. costez a mesme proportion au Cercle, que 3. costez du dodecagone à la 4. partie de la circonference.

Le polygone de 48. costez a mesme proportion au Cercle, que 6. costez du polygone de 24. à la 4. partie de la circonference, & ainsi des autres consecutiuement.

PROPOSITION XIX.

Tous Polygones inscripts au Cercle ont mesme proportion entr'eux que les circuits de leurs polygones inferieurs aussi inscripts: sçauoir ceux qui ont seulement la moitié moins de costez & d'angles.

Soient inscripts l'hexagone, octogone, & dodecagone. Ie dis que ces polygones ont mesme proportion entr'eux que les circuits du triangle, du quarré & de l'hexagone, leurs inferieurs aussi inscrits.

D'autant que i'ay demonstré cy deuant, que les grands polygones ont mesme proportion entr'eux que les quatriesmes parties, ou troisiesmes parties des circuits de leurs polygones inferieurs. Il sera necessaire par la 15. du 5. element, que les æquimultiples de telles parties, à sçauoir les totals circuits des polygones inferieurs, ayent entr'eux mesme proportion que leurs parties. Partant les polygones superieurs auront mesme proportion entr'eux que les circuits de leurs inferieurs. Ce qui estoit proposé.

AVTREMENT.

D'autant que par les Corollaires de la 12. il eſt demonſtré, que tout grand polygone inſcript au Cercle, eſtant appliqué au demy rayon, faict ſa latitude eſgale au circuit total de ſon polygone inferieur. C'eſt à dire, qui a ſeulement la moitié des coſtez & des angles. Doncques par la premiere du 6. tous les polygones appliquez au demy rayon du Cercle, auquel ils ſont inſcripts, auront meſme proportion entr'eux, que les circuits de leurs polygones inſcripts, & inferieurs, qui ont ſeulement la moitié de coſtez & d'angles. Ce qu'il falloit demonſtrer.

COROLLAIRE.

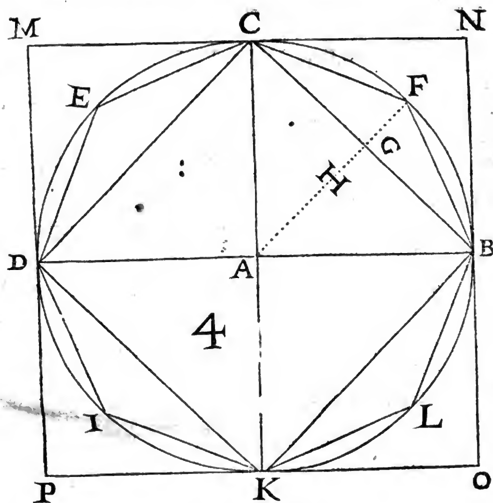
D'où s'enſuyura auſſi la cognoiſſance de proportion de tous les polygones inſcripts, entr'eux.

Sçauoir, l'hexagone, l'octogone, decagone, dodecagone, polygones de 14. 16, 18. & 20. coſtez & angles, ont meſme proportion entr'eux que les circuits de leurs polygones inferieurs, à ſçauoir du triangle, quarré, pentagone, hexagone, heptagone, octogone, enneagone, & decagone ont entr'eux: ainſi des autres polygones, iuſques à l'infiny.

PROPOSITION XX.

Tout Polygone inſcript au Cercle, a meſme raiſon au Cercle, que le circuit du polygone, ſon inferieur (ayant la moitié moins de coſtez & d'angles) a à toute la circonference.

Soient inſcripts, comme en la 4. figure, l'octogone D. E. C. F. B. L. K. I. Ie dis que l'octogone a meſme raiſon au contenu du Cercle, que le circuit du quarré ſon inferieur B. C. D. K. a à la circonference B. C. D. K. D'autant qu'il eſt demonſtré par la 18. propoſition precedente, que tout polygone inſcript à meſme raiſon au Cercle, que la 4. partie du circuit de ſon polygone inferieur a à la 4. partie de la circonference: c'eſt pourquoy l'octogone aura meſme proportion au Cercle, que C. B. le coſté du quarré ſon inferieur a, à la 4. partie de la circonference C. F. B: mais par la 15. du 5. Element tout le circuit du quarré aura meſme raiſon à la circonference, que la quatrieſme partie du quarré a, à la 4. partie de la circonference. Partant l'octogone aura meſme raiſon au Cercle que les 4. coſtez du quarré auront à la circonference. Ce que nous auions à demonſtrer.



AVTREMENT.

D'autant que le contenu du Cercle, estant appliqué au demy rayon faict sa latitude esgale à la circonference, & vn Rectangle esgal au triangle d'Archimede: Mais l'octogone appliqué audict demy rayon, fera sa latitude esgale aux 4. costez du quarré inscript, par le Corollaire de nostre 12. proposition. Donc par la 1. du 6. l'octogone aura mesme raison au Cercle, que les 4. costez du quarré à la circonference. Ce que nous auions à demonstrer.

Nous voyons icy l'impertinence de celuy qui croyoit, que le quarré de la ligne proportionelle Q. R entre le Diametre, ou quarré circonscript, & le costé du quarré inscript en la 2. figure (qui n'est rien que l'octogone) estoit esgal au Cercle: D'autant que le quarré de la moyene proportionelle, a seulement mesme proportion au Cercle, que les 4. costez du quarré inscript, ont à la circõferẽce. Son erreur se voit aussi manifeste quãd il met le Cercle cõme vne grandeur my-toyene entre le quarré inscript, & circonscript, veu que ceste-dite grandeur, est seulement le dodecagone qui a

mesme raison au Cercle, que les six costez de l'hexagone, à la circonference.

COROLLAIRE I.

Il est euident que tout polygone inscript au Cercle, estant appliqué au demy rayon, ou quart du Diametre, fait en sa latitude, le circuit du polygone son inferieur, comme l'hexagone appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale aux 3. costez du triangle, inscript au mesme Cercle, l'octogone ainsi appliqué au demy rayon, faict en sa latitude vne ligne esgale aux 4. costez du quarré son inferieur, ainsi des autres.

Mais que dirons nous des polygones inscripts, qui n'ont point d'inferieur, comme le triangle, le quarré, &c.?

Ie dis que le Triangle appliqué au demy rayon, fera sa latitude esgale à la moitié de son circuit.

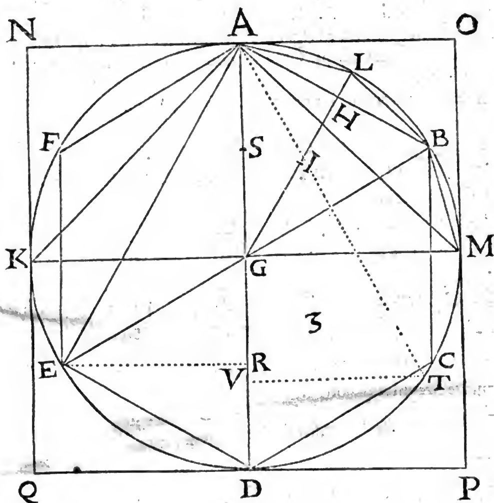
D'autant que le Rectangle sous A. R. le triple de A. S. demy rayon, & E. V. d'vn costé, est esgal au triangle inscript : le Rectangle compris soubs A. S. & le triple de E. V. c'est à dire la moitié du circuit du triangle, estant esgal au premier Rectangle, à cause de leurs costez reciproques, sera aussi esgal au triangle. Doncques le triangle appliqué au demy rayon faict sa latitude esgale à son demy circuit. Ce qui est aussi manifeste, d'autant que le triangle est la moitié de l'hexagone. Doncques veu que l'hexagone appliqué au demy rayon, faict en sa latitude le circuit total du triangle, il faut que le triangle ainsi appliqué face en sa latitude la moitié de son circuit, ou, vn costé & demy.

Le Quarré du rayon appliqué à la quatriesme partie du Diametre, faict sa latitude esgale au mesme Diametre; & au contraire appliqué au Diametre faict sa latitude esgale à la quatriesme partie du Diametre.

Le Quarré du rayon appliqué au costé du triangle, fera sa latitude esgale à la troisiesme partie dudit costé, & au contraire.

Car si en la 3. figure, ou le costé A. E. du triangle coupe le rayon K. G. soit marqué X. nous verrons deux triangles A. E. G. E. X. G semblables, parce que l'angle X. G. E. au centre, est esgal à la moitié de l'angle E. G. D. donc esgal à l'angle G. A. E. & par consequent à l'angle G. E. A. donc l'angle G. X. E. sera esgal à l'angle A. G. E. c'est

c'eſt pourquoy il ſera comme A. E. à E G. ainſi E. G. à E. X. mais E. X. eſt la troiſieſme partie de A. E. d'autant que A. X. eſt à X. E. comme A. G. à G. R. partant le quarré du rayon E. G. appliqué au coſté du triangle A. E. faict ſa latitude eſgale à E. X. la 3. partie dudit coſté. Ce que nous auons à demonſtrer.



Par ceſte ſtructure nous pouuons demonſtrer autrement cela qu'Euclide a demonſtré à la 12. du 13. Element; à ſçauoir que le quarré de A. E. coſté du triangle æquilateral, eſt triple du quarré du rayon G. E. d'autant que nous auons monſtré que le rectangle compris ſous A. E. X. eſt eſgal au quarré du rayon E. G. Et veu que la ligne A. X. eſt double à la ligne X. E. le rectangle E. A. X. ſera double du rectangle A. E. X. Doncques tous les 2. rectangles enſemble ſeront triples du rectangle A. E. X. C'eſt à dire du quarré du rayon E. G. Mais le quarré de A. E. eſt eſgal à ſes deux rectangles par la 2. propoſition du 2. Element : Partant le quarré de A. E. ſera triple au quarré du rayon E. G. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Ainſi nous voyons que le quarré de A. E. (lequel eſt eſgal au dode-

cagone) est aussi esgal au gnomon, K. Q. P. O. A. G. Qui contient 3. quarrez du rayon, donc la difference entre le dodecagone, & le quarré du Diametre, ou circonscript, est le quarré du rayon par laquelle aussi ledict dodecagone est plus grand que le quarré inscript.

Il faut aussi remarquer que le quarré de A. E. costé du triangle, est moyen proportionel Geometric entre le quarré du Diametre, & le quarré du perpendiculaire A. R. du triangle. Mais le quarré de A. E. est vne moyenne grandeur en esgalité Arithmetique entre le quarré du Diametre, & le quarré inscript. Comme nous auons demonstré en nostre 3. proposition.

Mais retournons d'où nous auons faict digression.

Le Quarré du rayon appliqué au demyrayon, faict sa latitude esgale au Diametre, ou moitié du circuit dudict quarré.

Le Quarré inscript appliqué au demyrayon, faict sa latitude esgale aux deux Diametres, ou ses deux diagonales.

Le Quarré circonscript ainsi appliqué, faict sa latitude esgale à 4. Diametres, ou son circuit.

D'où il s'ensuit que le quarré du rayon, le triangle, quarré inscript, & quarré circonscript, ont mesme proportion au contenu du Cercle, que le Diametre; le demy circuit du triangle; Deux Diametres, & 4. Diametres ont à la circonference du Cercle: D'autant que le Cercle estant appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale à la circonference.

Doncques le Quarré du Diametre a mesme proportion au Cercle, que son circuit à la circonference.

COROLLAIRE II.

De ceste proposition nous sçauons quelle proportion chaque polygone a au Cercle, auquel il est inscript.

Comme l'hexagone, l'octogone, decagone, dodecagone, polygones de 14. 16. 18. & 20. costez & angles, ont mesme proportion au contenu du Cercle où ils sont inscripts, que les circuits de leurs polygones inferieurs, à sçauoir du triangle, quarré, pentagone, hexagone, heptagone, octogone, enneagone, & decagone, ont à la circonference du Cercle où ils sont inscripts, & ainsi des autres.

Icy nous remarquerons que nul polygone inscript dans vn Cercle, ne

peut estre esgal audict Cercle.Car soit entendu vn polygone de 100,000, 000, de costez & angles, inscript dans vn Cercle, il aura seulement mesme raison au Cercle, que le circuit de son polygone inferieur de 50, 000, 000. a, à la circonference dudict Cercle.

Chassons donc bien loing de l'eschole des Sciences ce Monstre d'ignorance, qui veut esgaler, non seulement le circuit de l'hexagone à la circonference de son Cercle, mais aussi tantost l'octogone, tantost le dodecagone au contenu dudict Cercle.

Ie veux passer icy soubs silence ce Docte personnage (que i'honore pour ses lettres humaines) qui pensoit auoir demonstré que le circuit du dodecagone estoit plus grand que la circonference du Cercle.Il n'a pas tiré apres soy l'eschelle de fausse Quadrature.

Ie ne parleray pas aussi de ceux qui cherchoient la Quadrature entre deux moyennes proportionelles. N'y de ceux qui veulent esgaler quelque portion de circonference aux tãgentes,lesquels passans outre les limites d'Archimede, & ne suyuans le sentier tracé des vrayes sciences, tombent en plusieurs erreurs.

Mais faisons estat des labeurs du tres-docte, & tres-subtil Viette, du calcul tres-exact de Ludolphe à Ceulen, des belles conceptions & inuentions de Vvillebrordus Snellius: lesquels trois dignes lumieres des Mathematiques, recognoissans qu'ils ne pourroient comprendre ny determiner præcisement ceste ligne ambitieuse,& diuine de la Circonference;Symbole de la diuinité & de l'infinité, ils ont toutesfois limité & borné de deux limites bien proches, ensuiuant tousiours les traces & vestiges du diuin Archimede.

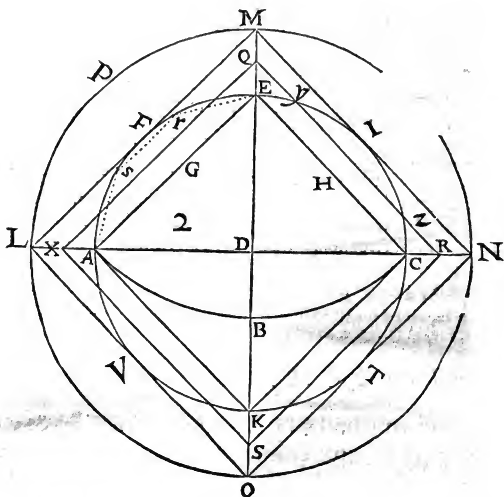
PROPOSITION XXI.

Si dans vn Cercle il y a vn quarré inscript, & vn quarré circonscript, comme en la 2 figure. Ie dis que le quarré inscript est moyẽ proportionel en progression arithmetique entre le double de 4. segments faits par les costez du mesme quarré, & le double des 4. figures mixtilignes externes. C'est à dire, le quarré inscript est vne figure mytoyenne entre le double de la differẽce entre le quarré circonscript & le Cercle: & le double de la difference entre le Cercle & le quarré inscript.

Autrement. I'ay veu ceste proposition bien plus succinctement en ces paroles, dans les escripts de Monsieur de S.Clair.

Quadratum inscriptum, est medium proportionale Arithmeticum inter duplatam differentiam, qua quadratum circonscriptum excedit circulum: Et duplatam differentiam qua circulus excedit quadratum inscriptum.

Propositio hæc verè, ut aliæ præcedentes, dignæ Pythagoreo ἑκατὸν βοῶν *sacrificio Musis & Apollini.*



Par ce que nous auons prouué cy deuant, que l'hexagone irregulier L. A. S. R. E. M. est la moitié du trapeze L. E. A. M. par consequent esgal au petit trapeze A. S. R. E. l'autre moitié. Il est euident que l'hexagone irregulier excede les deux figures mixtilignes F. L. A. & M. F. E. par 3. petits segments dodecagones. Doncques le trapeze A. S. R. E. excedera les deux dictes figures mixtilignes par la quantité de trois petits segments dodecagones. Mais le segment A. F. E. G. excede le trapeze A. S. R. E. par la quantité de trois petits segments dodecagones. C'est pourquoy nous aurons en progression Arithmetique

trois grandeurs, qui auront esgalité de differences. Sçauoir, les deux figures mixtilignes F. L. A. & F. E. M. ou pour conioindre tous deux ensemble la figure angulaire F. L. V. à la 2. figure plus grande, est le trapeze A. S. R. E. qui excede la figure angulaire de 3. segments dodecagones. La 3. figure est le segment A. F. E. G. qui est plus grand que le trapeze par la difference de 3. petits segments dodecagones. Il est euident, que les doubles de cesdictes trois grandeurs seront tout de mesmes proportionelles en progression Arithmetique. Sçauoir est, les 2. figures angulaires F. L. V. A. & F. M. E. I. Au 2. lieu le double du petit trapeze est le triangle A. E. D. qui excede les figures angulaires de six segments dodecagones. Au 3. lieu le double du segment A. F. E. G. qui est le grand segment L. P. M. F. qui excede le triangle A. E. D. par six segments du dodecagone. Et si nous doublons encores ces trois dernieres grandeurs, ainsi proportionelles, nous aurons en premier lieu, toutes les 4. figures mixtilignes angulaires, sçauoir F. L. V: M. F. I: N. I. T: & O. T. V. qui font la difference entre le quarré circonscript & le Cercle. Au 2. lieu, nous aurons le triangle A. E. C. ou la figure Hypocratique A. K. C. B. qui excedera les 4. figures angulaires par 12. petits segments dodecagones. Au 3. lieu nous aurons tous les 4. segments faicts dans le Cercle, par les 4. costez du quarré inscript, sçauoir A. F. E: E. I. C: C. T. K: & K. V. A. lesquels excedent la figure lunaire Hypocratique A. K. C. B. ou le triangle A. E. C. par 12. petits segments dodecagones. Enfin si nous doublons ces trois dernieres grandeurs proportionelles en progression Arithmetique. Le double des 4. figures mixtilignes angulaires L. F. V: F. M. I: N. I. T: O. T. V. sera au premier lieu. Au 2. sera le quarré inscript A. E. C. K. qui excede le double desdictes 4. figures angulaires par la quantité de 24. petits segments dodecagones. Comme nous auons demonstré. Au 3. lieu nous aurons le double de 4. segments faicts par les 4. costez du quarré inscript: sçauoir est le double de ces 4. A. F. E: E. I. C: C. T. K: & K. V. A. lequel double est plus grand que le quarré inscript, par la quantité de 24. petits segments de la figure dodecagone. Doncques la verité de ma Proposition est manifeste, que le quarré inscript A. E. C. K. est moyen proportionel Arithmetic entre le double de la difference du quarré circonscript, & son Cercle, & le double de la difference du Cercle, & quarré inscript. Ce qu'il falloit demonstrer.

Mais pour rendre plus claire ceste mienne Demonstration. Ie vous feray voir briefuement le contenu d'icelle, comme en vn tableau.

1.	2.	3.	4.
La figure angulaire. F. L. V. A.	Le trapeze. A. S. R. E.	Le segment. A. F. E.	Difference, 3. petits segmẽts dodecagones.
Deux figures angulaires. L. F. V. & M. F. I.	Le triangle. A. E. D.	Le segment. L. P. M. F.	Difference, 6. petits segmẽts dodecagones.
Les 4. figures angulaires. L. F. V: M. F. I. N. I. T: T. O. V.	Le triangle. A. E. C. ou figure lunaire Hypocratique. A. B. C. K.	Les 4. segments. A. F. E: E. I. C: C. T. K: K. V. A.	Difference, 12. petits segments dodecagones.
Le Double des 4. figures angulaires.	Le quarré inscript. A. E. C. K.	Le Double des 4. segments internes.	Difference, 24. segments dodecagones.

COROLLAIRE.

Doncques le quarré circonscript, sera esgal à la somme totale de toutes les deux differences doubles, à cause de la proprieté de trois proportionelles en progression Arithmetique. Comme 36. 42. 48. ou tousiours la somme des deux extremes est double du moyen, comme 36. & 48. font 84. autant que le double de 42. Mais le double du quarré inscript, (qui est nostre moyenne grandeur en progression Arithmetique,) est le quarré circonscript. Donc il est esgal à la somme totale des deux differences doubles. Cela est aussi manifeste, par la construction de la 2. figure, Par ce que en icelle A. D. E. est esgal au trapeze L. A. E. M. qui contient toutes les deux differences des deux quarts des quarrez.

Doncques le quarré inscript est esgal à toutes les deux differences, sçauoir, tant à celle qui est entre le quarré inscript, & le Cercle, & celle qui est entre le Cercle & le quarré circonscript, de toutes les deux differences doubles.

De ceste demonstration, est aussi manifeste l'erreur de nostre Scotto, qui se persuadoit auoir demonstré, que le triangle A. E. C. auec la figure lunaire Hypocratique A. B. C. K. C'est à dire le quarré inscript A. E. C. K. estoit esgal seulement au double de ces 4. figures angulaires mixtilignes externes : sçauoir est L. F. V: M. F. I: N. I. T: & T. O. V. Enquoy il s'est trompé: car il est plus grand de 24. segments do-

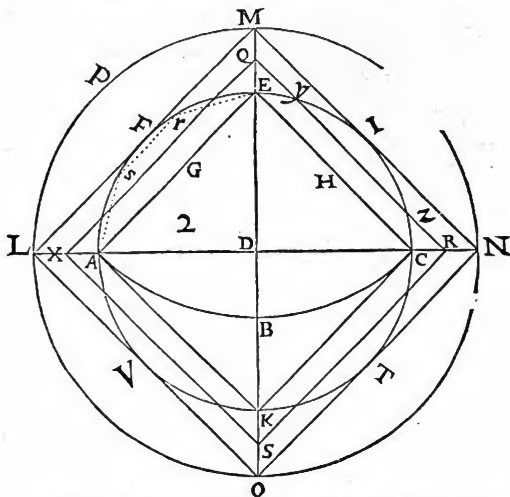
decagones. Semblablement par la mesme demonstration, toutes ses autres erreurs sont descouuertes.

Voyez maintenant, comme ma Demonstration ligneaire symbolise auec la belle, & subtile inuention du diuin Archimede, en sa 2. proposition de sa Cyclometrie. Où il demonstre par nombres & lignes, que le quarré du Diametre a mesme proportion au Cercle, que 14. à 11. Soit doncques le quarré circonscript L. M. N. O 84. le Cercle A. E. C. K. 66. la difference entre les deux sera 18. pour la grandeur des 4. figures angulaires mixtilignes L. F. V: M. F. I: N. I. T. & T. O. V. le quarré inscript 42. la difference entre le quarré inscript & le Cercle 24. pour la valeur des 4. segments internes A. F. E: E. I. C: C. T. K: K. V. A. le double de la difference entre le quarré circonscript & le Cercle, est 36. le double de la difference entre le Cercle & quarré inscript 48. Mais entre 36. & 48. le nombre mytoyen est 42. valeur du quarré inscript A. E. C. K. different de 36. par 6. & 48. d'autant.

Voyla la verité de la demonstration d'Archimede par nombres consonant auec nostre demonstration purement ligneaire & geometrique.

Ceste inuention banira tout scrupule de ceux qui blasment les nombres d'Archimede, adaptez en ses demonstrations geometriques. Car comme dict le tres-docte & tres-subtil Viete, contre Iosephus Scaliger. *Omnino Arithmetica tam scientia est, quam Geometria, magnitudines rationales rationalibus numeris, irrationales irrationalibus commode designantur. Qui per numeros magnitudines metitur si suo calculo aliàs is deprehendit, quam re ipsa sint, non artis, sed artificis culpa est.*

Ayant l'occasion, ie ne veux pas vous frustrer d'vne Cyclometrie tres facile, & aussi proche de la verité, que les termes d'Archimede en sa 2. proposition de la dimension du Cercle, conceuë en ce sens. Le Cercle a vne raison au quarré de son Diametre, comme 11. a 14. Multiplions donc 14. par 24. nous aurons 336. pour le quarré circonscript L. M. N. O. Et multiplions 11. par 24. aussi nous aurons le contenu du Cercle A. E. C. K. 264. la difference de ces deux sera 72. pour la grandeur des 4. figures angulaires isosceles, & mixtilignes, le double desquels sera 144. Pour le quarré inscript A. E. C. K. nous aurons 168. Donc pour les 4. figures A. F. E: E. I. C: C. T. R: R. V. A. Nous aurons 96. le double desquels sera 192. Maintenant nous voyons que le quarré inscript 168. est le moyen proportionel Arithmetic entre 144. sçauoir le double des 4. figures angulaires, & le double de 4. segments qu'il contient 192. excedent le quarré par 24. comme le quarré 168. excede le double des 4. figures angulaires 144. aussi par 24. qui sont nos 24. petits segments faicts par les costez du dodecagone. Doncques desquelles parties tout le Cercle contient 264. le quadrant ou la 4. partie A. F. E. D. contiendra 66. le triangle A. D. E. qui est la 4. partie du quarré inscript 168. aura 42. Et par ce que le dodecagone est vne figure



mytoyene entre le quarré circonscript 336. & le quarré inscript 168. il contiendra 252. la 4. partie pour le pentagone A. S. R. E. D. aura 63. Ostons le triangle 42. restera 21. pour le petit trapeze A. S. R. E. Si nous ostons le pentagone A. S. R. E. D. 63. c'est à dire, la 4. partie du dodecagone de la 4. partie du Cercle 66. restera 3. pour la valeur des trois petits segments dodecagones. Ainsi chacun vaudra vn, dequoy tout le Cercle contient 264. Mais par ce que nous auons demonstré que l'hexagone irregulier L. A. S. R. E. M. est esgal au petit trapeze A. S. R. E. doncques ledict hexagone contiendra 21. dequoy ayant osté les trois segments qui valent 3. ils resteront 18. pour les 2. figures mixtilignes L. F. A : M. F. E. ainsi chaque figure angulaire contiendra 18. Voyla maintenant la dimension de nostre Cercle, suyuant les vestiges du docte Archimede, la doctrine duquel, faict vne harmonie consonante auec nos demonstrations precedentes.

Mais par ce que la proportion du quarré circonscript au contenu du Cercle, est quelque peu plus grande que 14. à 11. Il y a moyen de rendre la Geodæsie du Cercle plus exacte, en imitant le Docte & subtil Viete, & l'exact calcul de ce grand Arithmeticien Ludolphe à Ceulen, qui ensuiuant les traicts d'Archimede, ont approché plus prez à la parfaicte Cyclometrie.

Mettons

Mettons donc par exemple, que le diametre. A. C. soit 200, 000. le quarré circonscript L. M. N. O. sera 40, 000, 000, 000, le dodecagone, sera 30, 000, 000, 000. le quarré inscript 20. 000, 000, 000, la circonference du Cercle 628, 318. le contenu du Cercle 31, 415, 926, 536, duquel ayant osté le dodecagone, il restera 1, 415, 726, 536. pour les 12. segments : tellement que chaque segment faict par A. S : S. R : R. E. aura 117, 993, 878. la 4. partie du quarré inscript 5000, 000, 000. qui est le triangle A. D. E. la 4. partie du dodecagone 7, 500 , 000, 000. Doncques le trapeze A. S : S. R : R. E. aura 1, 500, 000, 000. dans lequel trapeze les trois segments du dodecagone qui valent 353, 981, 634. seront contenus 7. fois, & $\frac{1}{10}$, & d'auantage.

En fin veu que i'ay demonstré que le quarré du Diametre a mesme proportion au Cercle, que son circuit à la circonference. Doncques l'analogie sera telle.

Comme 800, 000. est à 628, 318. ainsi est 40, 000, 000, 000. le quarré du Diametre, au contenu du Cercle 31, 415, 926, 536.

Par cy deuant nous auons expliqué les analogies & proportions que diuers Polygones ont entr'eux, & le Cercle, selon la grandeur de leurs espaces ou contenus : Il reste que nous recherchions les harmonies de leurs circuits, tant entr'eux, qu'estant comparez auec le Cercle, & son Diametre.

Les circuits de trois Polygones inferieurs à l'hexagone, ont plus grande proportion au Diametre, que double, & moindre que triple.

Du Triangle inscript.

PROPOSITION XXII.

Le circuit du Triangle æquilateral inscript, a mesme proportion à la circonference de son Cercle, que le double du contenu du triangle a au contenu dudict Cercle.

D'autant que le double du contenu est l'hexagone, & par les 12. & 20. propositions precedentes, l'hexagone appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale au circuit du triangle, & le contenu du Cercle ainsi appliqué, faict en sa latitude la circonference. Donc par la 1. du 6. Element, le circuit du Triangle est à la circonference, comme le double de son contenu est au Cercle.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que le costé A. E. du triangle, est à la 3. partie de la circonference A. K. E. comme l'hexagone est au Cercle.

Le costé du triangle 1732051, le circuit est 5, 196, 152. la circonference est, 6, 283185.

PROPOSITION XXIII.

Le circuit du Triangle est au Diametre, comme l'hexagone à la 3. partie du Dodecagone.

Par ce que le Dodecagone appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale aux 6. costez de l'hexagone : Doncques le Rectangle compris sous le demy rayon, & 2. costez de l'hexagone, est esgal à la 3. partie du Dodecagone : & le Rectangle sous le demy rayon, & 3. costez du Triangle, est esgal à l'hexagone : partant les 3. costez du Triangle auront mesme raison aux 2. costez de l'hexagone, (c'est à dire Diametre,) que l'hexagone a à la 3. partie du dodecagone.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit, que le circuit du Triangle est au Diametre, comme l'hexagone est à la 4. partie du quarré du Diametre, c'est à dire, quarré du rayon : ou la moitié du quarré inscript, ou Triangle A. K. M. ou la difference entre le quarré circonscript, & le Dodecagone.

PROPOSITION XXIV.

Le circuit du Triangle est esgal à vne ligne moyenne proportionelle entre le circuit de l'hexagone, & 2. Diametres & vn quart.

D'autant qu'en la 3. figure le Diametre D. A. est au costé du Triangle A. E. comme A. E. aux 3. quarts du Diametre, assauoir A. R. Doncques le triple de A. D. c'est à dire le circuit de l'hexagone, est au triple de A. E. c'est à dire le circuit du Triangle, comme ledit circuit est au triple de A. R. qui vaut deux Diametres & vn quart.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que le quarré du circuit du Triangle, est esgal au Rectangle, compris sous trois Diametres, & 2. Diametres & $\frac{1}{4}$.

PROPOSITION XXV.

Le circuit du Triangle, a mesme proportion au

circuit de l'hexagone, que l'hexagone a au contenu du dodecagone.

D'autant que par la 12. proposition le dodecagone appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale au circuit de l'hexagone: & l'hexagone ainsi appliqué faict en sa latitude le circuit du Triangle. Doncques par la 1. du 6. Element, la proposition est manifeste.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit, que l'hexagone, est au dodecagone, comme les 3. costez du Triangle sont au 3. Diametres. *En nombres.* Comme 5.196.152. à 6, 000, 000.

PROPOSITION XXVI.

Le circuit du Triangle a mesme proportion au circuit de quelconque Polygone, que l'hexagone a au superieur dudit Polygone, ayant 2. fois plus de costez & d'angles.

Comme par exemple, Ie dis que le circuit du Triangle a mesme proportion au circuit du Quarré, Pentagone, Octogone, que l'hexagone a à leurs superieurs: assauoir, l'Octogone, Decagone & Polygone de 16. costez. D'autant que l'hexagone, Octogone, Decagone & Polygone de 16. costez, estans appliquez au demy rayon, font leurs latitudes esgales, aux circuits des Polygones leurs inferieurs, assauoir aux circuits du Triangle, Quarré, Pentagone, & Octogone. Doncques par la 1. du 6. Element, les 4. circuits auront mesme raison entr'eux, que les 4. Polygones superieurs, l'hexagone, l'octogone, decagone, & polygone de 16. costez, ont entr'eux.

COROLLAIRE.

D'où il est manifeste, que les 3. costez du Triangle ont mesme raison aux 4. costez du quarré inscript, que l'hexagone à l'octogone, & que les 3. costez du Triangle ont mesme raison aux 5. costez du pentagone, que l'hexagone a au decagone. Bref que les 3. costez du Triangle ont mesme raison au circuit du Polygone de 48. costez, que l'hexagone a au Polygone de 96.

Nous pouuons conceuoir ce theoreme precedent plus generalement.

PROPOSITION XXVII.
THEOREME GENERAL.

Le circuit de tout Polygone a mesme proportion au circuit de quelconque autre: que le contenu de son superieur a au contenu du superieur de l'autre.

Par exemple. Ie dis que le circuit du quarré a mesme raison au circuit de l'hexagone, que le contenu de l'octogone a au contenu du Dodecagone. Car le contenu de l'octogone appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale au circuit du quarré, & le Dodecagone ainsi appliqué faict en sa latitude le circuit de l'hexagone: c'est pourquoy par la 1. du 6. Element le circuit du quarré sera au circuit de l'hexagone, comme le contenu de l'octogone son superieur est au contenu du dodecagone superieur de l'autre. Par mesme raison les 8. costez de l'octogone ont mesme proportion aux 12. costez du dodecagone, que le contenu du polygone de 16. costez a au contenu du polygone de 24. Ainsi des autres polygones inscripts au Cercle, iusques à l'infiny.

COROLLAIRE.

Les parties aussi des circuits s'entre respondans, ont mesme proportion: que les circuits totals, comme la 3. ou 4. partie du circuit de tout polygone a mesme raison à la 3. ou 4. partie de quelconque autre polygone, que le contenu de son superieur a au contenu des superieurs de l'autre. Cela est euident par les applications precedentes, & la 15. proposition du 5. Element. D'où il s'ensuit, que le costé du Triangle est au Diametre, ou 3. partie du circuit de l'hexagone, comme l'hexagone est au dodecagone, ou comme le quarré de la moyene proportionelle entre la perpendiculaire A. R. & le costé A. E. est au quarré du costé A. E. en la 3. figure.

PROPOSITION XXVIII.
THEOREME GENERAL.

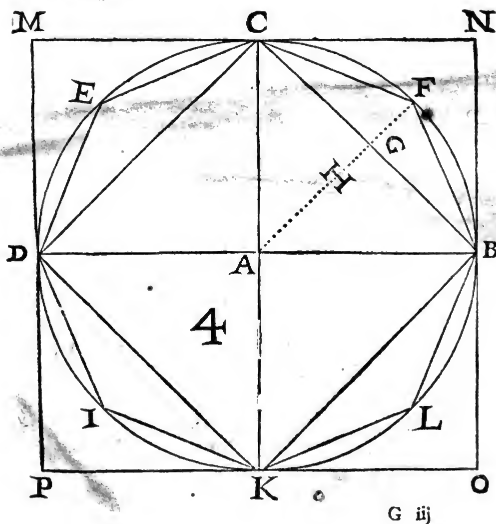
Le circuit de tout Polygone a mesme raison à la circonference du Cercle, que le contenu de son superieur a au contenu du Cercle.

Par exemple. Ie dis que le circuit de l'hexagone a mesme raison à la circonference du Cercle, où il est inscript, que le contenu du dodecagone a au contenu du Cercle. D'autant que le Cercle n'a point de polygone superieur inscript que soy mesme. Par ce que le Dodecagone estant appliqué au demy rayon faict en sa latitude le circuit de l'hexagone, & le Cercle ainsi appliqué faict sa latitude esgale à la circonference. Doncques ces 2. rectangles de mesme hauteur auront mesme proportion entr'eux, que leurs bases assauoir le circuit de l'hexagone & la circonferéce.

Ainsi le circuit du Triangle est à la circonference de son Cercle, comme l'hexagone au Cercle.

PROPOSITION XXIX.
THEOREME GENERAL.

Tout Polygone inscript est à son superieur, ayant deux fois plus de costez & d'angles, comme est la ligne perpendiculaire (qui est tiree du centre sur le costé de l'inferieur) au rayon du Cercle où ils sont inscripts.



D'autant qu'en la 4. figure le Triangle A. C. G. est au Triangle A. C. F. comme la perpendiculaire A. G. est à A. F. le Diametre par la 1. du 6. Element. Doncques par la 15. du 5. l'æquimultiple du Triangle A. C. G. (c'est à dire, le Polygone inferieur) sera a l'æquimultiple du Triangle A. C. F. (Polygone superieur, ayant 2. fois plus de costez & angles.) comme A. G. perpendiculaire au rayon A F.

Du Quarré inscript.

PROPOSITION XXX.

Le circuit du Quarré inscript a mesme proportion au Diametre, que l'octogone inscript a au quarré du rayon.

D'autant que l'octogone appliqué au demy rayon faict sa latitude esgale aux 4. costez du quarré inscript: & le rectangle compris sous le demy rayon & Diametre, est esgal au quarré du rayon. Doncques par le 1. du 6. Element, le circuit du quarré est au Diametre, comme l'octogone au quarré de rayon, ou la moitié du quarré inscript, ou la 4. partie du quarré circonscript.

EN NOMBRES.

Le costé du quarré inscript contient 1.414.213. $\underline{562}$ le circuit 5656 854 $\underline{249}$ le Diametre 2, 000, 000.

PROPOSITION XXXI.

Le circuit du Quarré est esgal à vne ligne moyene proportionelle entre les 2. Diametres, ou diagonales du quarré inscript, & le circuit du quarré circonscript.

D'autant qu'en la 3. figure le rectangle A. D. R. sous le Diametre & demyrayon, est esgal à la moitié du quarré inscript. Doncques le rectangle sous le demyrayõ, & deux Diametres est esgal au quarré inscript, & le rectangle sous le demyrayon, & 4. costez du quarré inscript, est es-

gal à l'octogone par nostre 5. propositiō, & le rectangle sous le demyrayō, & 4. diametres est esgal au quarré circonscript. Mais ces 3. rectangles esgaux au Quarré inscript, l'octogone, & Quarré circonscript, sont continues proportionelles par nostre 5. & par la 1. du 6. Element, ils ont mesme proportion entr'eux que leurs bases. Doncques les 2. Diametres: les 4. costez du quarré inscript, & les 4. costez du quarré circonscript seront continues proportionnelles, & par consequent le circuit du quarré inscript, sera la moyenne proportionelle, entre les 2. Diametres & le circuit du quarré circonscript, ce qu'il falloit demonstrer.

AVTREMENT.

D'autant qu'en la 3. figure G. A. le semidiametre: A. K. costé du quarré: D. A. Diametre: sont 3. lignes cōtinues proportionelles; donc le quadruple de G. A. (c'est à dire 2. Diametres) le quadruple de K. A. (c'est à dire, circuit du quarré) & le quadruple de A. D. (c'est à dire, le quarré circonscript, seront 3. continues proportionelles; par consequent le circuit du quarré, sera vne ligne moyenne proportionelle entre les 2. Diametres.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que le quarré du circuit du quarré inscript, est esgal au rectangle compris sous 2. diametres & 4. diametres.

PROPOSITION XXXII.

Le circuit du Quarré à mesme proportion au circuit du Triāgle, Pentagone, Hexagone, &c. que l'Octogone a à l'Hexagone, Decagone & Dodecagone.

Cela est manifeste par la proposition generale.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que le costé du quarré à mesme raison au perpendiculaire A. R. du Triangle, que l'octogone a à l'hexagone par la 15. du 5. Element.

PROPOSITION XXXIII.

Le circuit du Quaré à mesme proportion à la circonference du Cercle, où il est inscript: que l'octogone a au contenu du Cercle.

Ceste proposition est aussi euidente par les applications precedentes.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que le costé du quarré est au quadrant de la circonference, comme l'octogone inscript est au Cercle.

PROPOSITION XXXIV.

Deux Diametres ont mesme proportion à la circonference, que le quarré inscript a au Cercle.

Par ce que le quarré apqliqué au demyrayon faict en sa latitude 2. Diametres, le Cercle ainsi appliqué faict sa latitude esgale à la circonference.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que 2. Diametres feront à la circonference, comme 7. à 11. selon la proportion d'Archimede.

PROPOSITION XXXV.

Le Quarré du circuit du Triangle à mesme proportion au quarré du circuit, du quarré inscript, que 27. à 32.

D'autant que par le corollaire de la 24. proposition, le quarré du circuit du Triangle est esgal au rectangle compris sous 3. Diametres, & deux Diametres & vn quart, auquel rectangle par la 14. du 6. Element, est esgal le rectangle compris sous vn demyrayon, & 27. Diametres. Et par le Corollaire de la tréte & vniesme le quarré du circuit du quarré inscrit, est esgal au rectangle sous 2. Diametres & 4. Diametres: auquel rectágle par la 14. du 6. Element, est esgal le rectangle compris sous vn demyrayon & 32. Diametres, lequel rectangle estant de mesme hauteur, auec l'autre rectangle compris sous vn demyrayon & 27. Diametres: tous les deux rectangles auront mesme proportion entr'eux que leurs bases, 27. à 32. par consequent le quarré du circuit du Triangle sera en proportion au quarré du circuit du quarré inscript, comme 27 à 32. Ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que le circuit du Triangle est au circuit du quarré inscript,

script, comme la racine ℞. de 27. à la ℞. de 32. & que le costé du Triangle est au costé du quarré augmenté d'vn tiers, comme la ℞. de 27. à la ℞. de 32. & aussi que le costé & demy du Triangle est aux 2. deux costez du quarré inscript, comme la ℞. de 27. à la ℞. de 32.

Du Pentagone.

PROPOSITION XXXVI.

Le circuit du Pentagone inscript a mesme proportion au Diametre, que le Decagone a au quarré du rayon, ou la moitié du quarré inscript.

D'autant que le decagone est esgal au rectangle compris sous le demyrayon, & 5. costez du Pentagone, par nostre 12. proposition, & le quarré du rayon esgal au rectangle sous le demyrayon, & Diametre. Donc les 5. costez du Pentagone seront au Diametre, comme le dodecagone est au quarré du rayon.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que le decagone à mesme raison à la 3. partie du dodecagone, que le circuit du Pentagone a au Diametre.

AVTREMENT.

Comme le decagone inscript, est au quarré de la difference entre le quarré du costé du Pentagone, & le quarré du costé du decagone, ainsi le circuit du Pentagone est au Diametre.

Cela est manifeste par nos propositions precedentes, & la 10. du 13. Element.

PROPOSITION XXXVII.

Le quarré du costé du Pentagone est esgal au Rectangle, compris sous la ligne soustendente l'angle du Pentagone & la difference entre ladicte ligne & le costé du Pentagone.

Ceste proposition est assez claire par la 8. du 13. Element.

propoſition du 14. Element, faict ſa latitude eſgale aux $\frac{5}{6}$ de la ligne ſouſtendente ſon angle. Et tous autres Polygones appliquez à ladicte perpendiculaire font leurs latitudes eſgales à la 3. partie du circuit de leurs inferieurs polygones.

PROPOSITION XLI.

Le Pentagone eſt au decagone ſon ſuperieur, comme vne ligne compoſée du demy coſté de l'hexagone, & demy coſté du meſme decagone, eſt au rayon du Cercle.

Parce que par la propoſition generale, tout Polygone eſt à ſon ſuperieur, comme la ligne perpendiculaire tirée du centre ſur vn coſté de l'inferieur, eſt au rayon. Mais ceſte ligne perpendiculaire tombant ſur le coſté du Pentagone par la 1. propoſition du 14. Element, eſt eſgale à la moitié du coſté de l'hexagone, & la moitié du coſté du dodecagone. Doncques la propoſition eſt veritable.

EN NOMBRES.

Soit poſé le rayon 100. ſa moitié 50. le coſté du decagone moindre que 62. ſa moitié 31. doncques la perpendiculaire de Pentagone ſera 81. laquelle eſt au rayon 100. comme le Pentagone au decagone, c'eſt à dire, le Pentagone aura plus grande raiſon au decagone, que 4. à 5.

PROPOSITION XLII.

Le circuit du Pentagone a meſme raiſon à la circonference, que le dodecagone a au Cercle.

Car le dodecagone appliqué au demyrayon faict ſa latitude eſgale aux 5. coſtez du Pentagone : le cercle ainſi appliqué faict ſa latitude eſgale à la circonference. La concluſion eſt euidente.

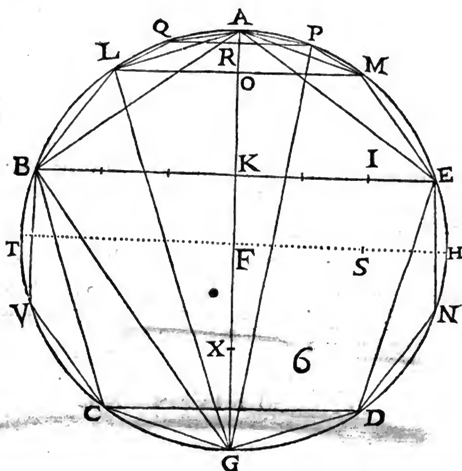
PROPOSITION XLIII.

Le Quarré du coſté du Pentagone, eſt plus grand que le Quarré du rayon par la quantité du quarré du coſté du decagone.

Par la 10. proposition du 13. Element.

PROPOSITION XLIIII.

Le Quarré du circuit du Pentagone, est esgal au rectangle compris sous 5. Diametres, & 5. sinus inuers de la 5. partie de la circonference.



D'autant qu'à la 6. figure, le Diametre G. A. est au costé du Pentagone A. B. comme A. B. est à A. K. le sinus inuers : Doncques 5. fois G. A. est à 5. fois B. A. comme 5. fois B. A. c'est à dire, le circuit du Pentagone, est à 5. fois A. K. le sinus inuers. Partant le Quarré du circuit du Pentagone est esgal au rectangle contenu sous 5. Diametres, & 5. sinus inuers de la 5. partie de la circonference.

PROPOSITION XLV.

Le Pentagone est au dodecagone, comme vne

ligne qui est double sesquialtre de la ligne soustendente l'angle du Pentagone, est au circuit du Pentagone.

D'autant qu'en la 6. figure le rectangle sous vn demyrayon & 5. fois B. I. est esgal au rectangle sous 3. demyrayons, & vne fois B. I. à cause de leurs costez reciproques, le Pentagone appliqué au demyrayon, faict sa latitude esgale à 3. fois B. I. & le decagone appliqué au mesme demyrayon, faict sa latitude esgale au circuit du Pentagone. Partant 3. fois B. I. c'est à dire 2. fois B. E. & demy, seront au circuit du Pentagone, comme le Pentagone est au decagone.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit ceste analogie, assauoir B. K. la moitié du soustendant, est à B. A. costé du Pentagone, comme le Pentagone est au decagone : Donc comme F. O. la perpendiculaire, est au rayon F. A. Ainsi est B. K. a B. A.

D'où nous pouuons former vn theoreme general.

PROPOSITION XLVI.

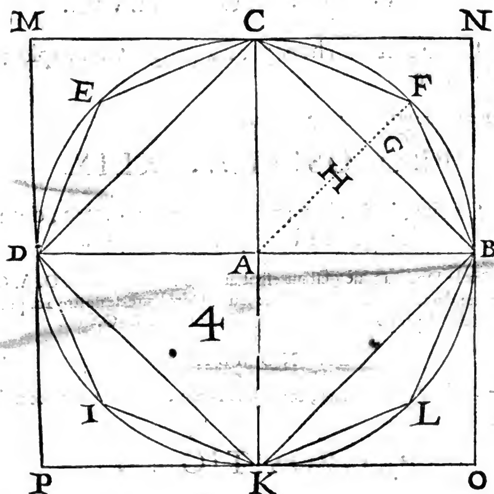
La moitié de la ligne soustendente l'angle de quelque Polygone, a mesme proportion au costé dudict polygone, que la ligne perpendiculaire tombant du centre sur le costé du Polygone, à au rayon.

Soit en la 3. figure la ligne soustendente A. E. (qui est le costé du Triangle) l'angle de l'hexagone F. Ie dis que la moitié de ceste soustendente à mesme proportion au costé de l'hexagone, que la ligne perpendiculaire tõbant du centre sur le costé, a au Rayon. Car la moitié du costé du Triangle, est la 6. partie du circuit, & le costé de l'hexagone est aussi la 6. partie de son circuit : Mais l'hexagone a mesme raison au dodecagone, que le circuit du Triangle a au circuit de l'exagone. Donc par la 15. du 5. Element, la 6. partie de l'vn, est à la 6. partie de l'autre, comme le tout est, au tout : & l'hexagone, a mesme raison au dodecagone que la ligne perpendiculaire G. H. a au rayon G. L. C'est pourquoy la moitié de la ligne soustendente l'angle de l'hexagone, est au costé de l'hexagone, comme la ligne perpendiculaire tombant du centre sur le costé est au rayon. Ce qu'il falloit demonstrer. Ainsi des autres polygones.

En la 4. figure le Polygone inscript est l'octogone, la ligne soustendente son angle C. B. costé du quarré, lequel soit entendu diuisé en 6. parties esgales.

Ie dis que le Rectangle compris sous $\frac{3}{4}$ du Diametre, comme I. H. & sous autant de sixiesmes parties de la ligne soustendente, que le Polygone a de costez, assauoir 8. est esgal au contenu dudict Polygone.

Par ce que comme I. H. est à A. H. ainsi B. C. est aux 2. sixiesmes. Par consequent le Rectangle sous C. B. A. H. est esgal au Rectangle sous I. H. & 2. sixiesmes: Mais le Rectangle sous C. B. A. H. est le double du Triangle A. F. B. Doncques le Rectangle sous I. H. & 2. sixiesmes sera aussi le double du mesme Triangle A. F. B. C'est



pourquoy le Rectangle sous I. H. & vne sixiesme sera esgal au Triangle A. F. B. & par consequent le Rectangle sous I. H. & 8. sixiesmes sera esgal a 8. Triangles, comme A. F. B. & par necessité à l'octogone mesme inscript. Partant le Rectangle sous I. H. 3. quarts du Diametre, & 8. sixiesmes, desquels la ligne soustendente C. B. contient 6. sera esgal au Polygone inscript, qui est icy l'octogone: ainsi des autres. Ce qu'il falloit demonstrer.

AVTREMENT.

D'autant que I. H. eſt à H. A. comme B. G. à vne ſixieſme partie de la ligne ſouſtendente. Doncques le Rectangle ſous B. G. H. A. (C'eſt à dire, le Triangle A. F. B.) ſera eſgal au Rectangle ſous I. H. & $\frac{1}{6}$ partie, par conſequent le Rectangle ſous I. H. & $\frac{8}{6}$ parties, ou $\frac{4}{3}$ ſera eſgal a 8. Triangles, comme A. F. B. & partant à l'octogone inſcript. Ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'Hexagone.

PROPOSITION XLVIII.

Le circuit de l'hexagone a proportion triple au Diametre.

Par noſtre premiere propoſition.

PROPOSITION XLIX.

Le circuit de l'hexagone eſt au Diametre, comme le dodecagone eſt au quarré du rayon.

Car le Dodecagone (eſtant eſgal au gnomon K. Q. P. O. A. G. par vne demonſtration precedente, au 1. Corollaire de noſtre 20. propoſition,) a proportion triple au quarré du rayon G. O.

EN NOMBRES.

Le coſté de l'hexagone, comme le rayon contient 1,000,000. le circuit 6,000,000.

PROPOSITION L.

Le circuit de l'hexagone eſt au circuit du Triangle, Quarré, Pentagone, Octogone, &c. Comme le Dodecagone eſt à l'Hexagone, Octogone, Decagone, & Polygone de 16. coſtez, & ainſi des autres.

Cela eſt euident par le Theoreme general.

PRO-

PROPOSITION LI.

Le circuit de l'Hexagone eſt à la circonference, comme le Dodecagone au Cercle.

PROPOSITION LII.

Le coſté de l'Hexagone eſt aux 2. coſtez du Dodecagone, & à la 6. partie de la circonference : & les deux coſtez de l'hexagone ſont aux 4. coſtez du dodecagone, & à la 3. partie de la circonference, comme le contenu du dodecagone eſt au contenu du polygone de 24. coſtez, & au Cercle.

Car nous auons cy deuant demonſtré que le Dodecagone eſt au Polygone de 24. coſtez & au Cercle, comme le circuit de l'Hexagone eſt au circuit du Dodecagone, & à la circonference : Mais par la 15. du 5. Element, les parties s'entrereſpondentes, auront meſme raiſon entr'elles, que le tout. Donc la propoſition eſt manifeſte.

PROPOSITION LIII.

Le Quarré du circuit de l'Hexagone eſt au quarré du circuit de Triangle, comme 4. à 3. & au quarré du circuit du quarré inſcript, comme 9. à 8.

D'autant que en la 3. figure A. D. le Diametre eſt à D. E. coſté de l'hexagone, comme D. E. à D. R. quatrieſme partie du Diametre : 6. fois A. D. ou 6. Diametres, ſeront aux ſix coſtez de l'hexagone, comme ces ſix coſtez ſont à ſix fois D. R. Doncques le quarré de la ligne eſgale a 6. fois D. E. (c'eſt à dire, le quarré du circuit de l'hexagone) ſera eſgale au Rectangle compris ſous 6. Diametres, vn Diametre & demy, auquel Rectangle eſt eſgal le Rectangle compris ſous vn quart du Diametre, & 36. Diametres. Mais nous auons monſtré que le quarré du circuit du Triangle, eſtoit eſgal au Rectangle contenu ſous vn quart du Diametre & 27. Diametres. Doncques le quarré du circuit de l'hexagone ſera au quarré du circuit du Triangle, comme 36. à 27. C'eſt à dire, 4. à 3. Et veu que nous auons demonſtré, que le quarré du circuit du quarré inſcript eſt eſgal au Rectangle compris ſous vn quart de Diame-

comme le Polygone de 16. coſtez eſt au Cercle.

Cela eſt manifeſte par le Theoreme general.

COROLLAIRE.

Doncques les 2. coſtez de l'octogone ſeront au quadrant de la circonference, comme le polygone de 16. coſtez eſt au Cercle.

PROPOSITION LVII.

Les deux coſtez de l'Octogone ſont au coſté du quarré, & au perpendiculaire du Triangle, & au trois coſtez du Dodecagone, & ainſi des autres: comme le polygone de 16. eſt à l'octogone, dodecagone, & polygone de 24. coſtez.

PROPOSITION LVIII.

L'Octogone eſt au quarré du rayon, comme le coſté du quarré inſcript eſt au demy rayon.

D'autant que le quarré du rayon ou coſté de l'exagone D. E. eſt eſgal au rectangle A. D. R. ſous le Diametre & demy rayon: & l'octogone eſt eſgal au rectangle ſous 4. demy rayons ou Diametre, & le coſté du quarré inſcript. Partant comme le coſté du quarré eſt au demy rayon; ainſi l'octogone eſt au quarré du rayon.

COROLLAIRE I.

D'où il eſt manifeſte que l'octogone eſt au quarré inſcript, comme le coſté du quarré eſt au rayon: Car le quarré inſcript eſt eſgal au rectangle ſous le Diametre & rayon, & l'octogone eſt eſgal au Rectangle ſous le Diametre & coſté du quarré. Semblablement il appert que l'octogone eſt au quarré circonſcript, comme le coſté du quarré inſcript eſt au Diametre.

COROLLAIRE II.

D'où il eſt auſſi notoire que l'octogone eſt moyen proportionel geometric entre les 2. quarrez, inſcript, & circonſcript, à cauſe que C. B. en la 4. figure eſt la moyene proportionelle entre le Diametre C. K. &

le rayon C. A. & la mesme proportion que ces trois lignes K. C: B. C: & A. C. gardent entr'elles, se trouuera necessairement entre le quarré circonscript, l'octogone, & quarré inscript.

PROPOSITION LIX.

L'Octogone est au quarré inscript, comme le rayon est au demy costé du quarré.

Cela est manifeste, & par la precedente, & par la conuersion du Theoreme general. Car tout polygone est à son inferieur, comme le rayon est au perpendiculaire, tombant du centre sur le costé de l'inferieur: Mais ce perpendiculaire au quarré inscript, est esgal à la moitié de son costé, donc la proposition est notoire.

PROPOSITION LX.

Le Quarré du circuit de l'Octogone est esgal au Rectangle contenu sous 8. rayons, & 8. sinus inuers de la 8. partie de la circonference.

Car comme en la 4. figure, le Diametre I. F. est au costé de l'octogone C. F. ainsi C. F. est à F. G. sinus inuers de la circonference, C. F. Doncques 8. fois I. F. est à 8. fois C. F. comme le circuit de l'octogone au 8. sinus, comme G. F. Partant le quarré du circuit est esgal au Rectangle compris sous 8. Diametres, & 8. sinus inuers.

PROPOSITION LXI.

L'Octogone a mesme proportion à l'hexagone, que la R. de 32, à la R. de 27.

D'autant que l'octogone est à l'hexagone, comme le circuit du quarré est au circuit du Triangle. Mais par le Corollaire de la proposition 35. le circuit du quarré est au circuit du Triangle, comme la R. de 32. est à la R. de 27. Doncques l'octogone est à l'hexagone, comme la R. de 32. à la R. de 27.

Du Decagone.

PROPOSITION LXII.

Le circuit du Decagone inſcript eſt au Diametre, comme le polygone de 20. coſtez eſt au quarré du rayon.

A cauſe que le polygone de 20. coſtez appliqué au demy rayon, faict ſa latitude eſgale aux dix coſtez du decagone, & le quarré du rayon ainſi appliqué faict ſa latitude eſgale au Diametre. Donc les baſes ſont entr'elles, comme les deux rectangles, de meſme hauteur.

EN NOMBRES.

Le coſté du Decagone eſt 6,180,33. $\frac{988}{}$, ſon circuit 6180339. qui a plus grande proportion au Diametre que triple, & $\frac{1}{12}$. Par ce que, comme 37. eſt à 12. ainſi 6,166,666. eſt au Diametre 2, 000, 000. mais moindre que proportion triple & $\frac{1}{11}$. par ce que, comme 34. eſt à 11. ainſi 6, 181, 818 $\frac{2}{11}$ à 2, 000, 000. C'eſt pourquoy ſi le Diametre eſt diuiſé en 12. le circuit du decagone ſera plus grand que le triple, & $\frac{1}{12}$ du Diametre.

PROPOSITION LXIII.

Le coſté du Decagone eſt vne moyene proportionelle entre le rayon, & la difference, entre le coſté du decagone, & le rayon.

D'autant que par la 5. & 9. du 13. Element, quand le rayon eſt coupé ſelon la moyene & extreme raiſon, le plus grand ſegment eſt le coſté du decagone, donc le rayon eſt au coſté du decagone, comme ledict coſté eſt à la difference de tous les deux. Partant le coſté du decagone eſt vne moyene proportionelle entre les deux.

PROPOSITION LXIV.

Le circuit du Decagone a meſme raiſon au circuit du Triangle, quarré, pentagone, hexagone, heptagone, & octogone, que le polygone, de 20. coſtez a au circuit de l'hexagone, octogone, decago-

dodecagone, & polygone de 16. costez.

Ceste proposition est assez claire par le Theoreme general, cy deuant demonstré.

PROPOSITION LXV.

Les deux costez du Decagone sont au costé du pentagone, comme le polygone de 20. costez est au decagone, ou comme le circuit du decagone est au circuit du pentagone.

Par les demonstrations precedentes.

PROPOSITION LXVI.

Le circuit du Decagone est à la circonference, comme le polygone de 20. costez est au Cercle.

La mesme raison ont les deux costez du decagone à la 5. partie de la circonference.

PROPOSITION LXVII.

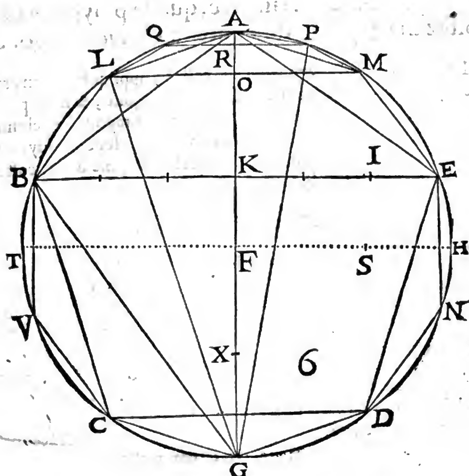
Le Decagone est au Pentagone, comme est le rayon, à vne ligne composee de demy rayon, & demy costé du decagone.

Par la proposition 41. & la proposition generale. Donc le Decagone est au Pentagone presque comme 100. à 31. ou 5. à 4.

PROPOSITION LXVIII.

Le quarré du circuit du decagone est esgal au rectangle compris sous dix Diametres, & dix fois le sinus inuers de la 10. partie de la circonference.

Cela est demonstré en mesme façon, comme à l'octogone.



PROPOSITION LXIX.

La difference entre le rayon, & la perpendiculaire du pentagone tombant du centre sur son costé, est esgale à la moitié de la difference entre le costé du decagone, & le rayon.

D'autant qu'à la 6. figure le rectangle F. H. S. est esgal au Rectangle G, A. O. à cause que l'vn & l'autre est esgal au quarré de F. S. ou L. A. costé du decagone. C'est pourquoy les costez seront reciproques, assauoir, comme F. H. est à G. A. ainsi est A. O. à S. H. partant A. O. sera la moitié de S. H. Ce qu'il falloit demonstrer.

Du Dodecagone.

PROPOSITION LXX.

Le circuit du Dodecagone inscript au Cercle a

mesme raison au Diametre, que le polygone de 24. costez à sa 3. partie du contenu du Dodecagone.

D'autant que le Polygone de 24. costez, appliqué au demy rayon, faict sa latitude esgale aux 12. costez du decagone, & la 3. partie du contenu du dodecagone, est esgal au quarré du rayon, lequel ainsi appliqué, faict sa latitude esgale au Diametre. C'est pourquoy le circuit du dodecagone sera au Diametre, comme le polygone de 24. costez à la 3. pratie du contenu du dodecagone.

EN NOMBRES.

Le costé du dodecagone est 5, 176, 38^{090} le circuit 6, 211, 657^{28}, lequel a proportion au Diametre moindre que triple & $\frac{1}{7}$, par ce que 28. est à 9. comme 6, 222, 222. $\frac{2}{9}$. à 2, 000, 000. Mais il aura vne proportion plus grande que triple & $\frac{1}{10}$, par ce que 31. est à 10. comme 6, 200, 000. à 2, 000, 000.

Nous voyons comme la grandeur des circuits des polygones croist, comme ils croissent en nombre de costez & d'angles.

Mais le circuit du plus grand polygone inscript, n'atteindra iamais à la proportion du triple, & $\frac{1}{7}$ au Diametre, ny la circonference mesme, comme nous demonstrerons cy apres. Suyuant les vestiges d'Archimede.

PROPOSITION LXXI.

Le circuit du Dodecagone est au circuit du Triangle, Quarré, Pentagone, Octogone, Decagone, &c. comme le polygone de 24. costez est à l'Hexagone, Octogone, Decagone, Polygones de 16. & 20. costez, &c.

Les demonstrations precedentes rendent tout cela manifeste.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que les trois costez du dodecagone seront au costé du quarré inscript, à la ligne perpendiculaire A. R. &c. comme le Polygone de 24. costez est à l'octogone, & au dodecagone.

PROPOSITION LXXII.

Le circuit du Dodecagone est à la circonference, comme

comme le Polygone de 24. costez est au Cercle, la mesme raison ont les 2. costez du Dodecagone à la 6. partie de la Circonference, & les 3. costez du Dodecagone à la 3. partie de la circonference. Ainsi des autres parties.

Cela est assez demonstré cy deuant.

PROPOSITION LXXIII.

Le Quarré du circuit du Dodecagone est esgal au Rectangle contenu sous 12. Diametres, & 12. Sinus inuers de la 12 partie de la circonference.

Car en la 3. figure le diametre est à A. L. le costé du dodecagone comme A. L. au sinus inuers L. H. de la 12. partie de la circonference. Donc 12. fois le diametre, seront à 12. fois le costé A. L. comme le circuit du dodecagone est a 12. fois L. H. sinus inuers, partant le quarré du circuit sera esgal audit Rectangle.

PROPOSITION LXXIV.

Le Dodecagone, & Triangle inscripts au Cercle, sont l'vn à l'autre en raison doublée de la raison, qui est entre le costé du Triangle & la Ligne Moyene Proportionelle: entre la moitié dudict costé, & la Perpendiculaire.

Dautant que le quarré de A. E. est esgal au dodecagone, & le quarré de ceste ligne proportionelle esgale au triãgle: Doncques par la 20. du 6. Element, ces 2. quarrez l'vn à l'autre seront en raison doublée de la raison de leurs costez: C'est à dire comme A. E. est à la 3. ligne proportionelle: ainsi est le quarré de A. E. (assauoir le dodecagone) au quarré de ladite moyene, ou triangle.

PROPOSITION LXXV.

Le Dodecagone est à l'Hexagone, comme le

costé du Triangle est à sa ligne Perpendiculaire.

Par ce que le quarré de la moyene ligne proportionelle entre le costé A. E. & la perpendiculaire A. R. est esgal à l'Hexagone, & le quarré du costé A. E. est esgal au dodecagone: Mais par la 20. du 6. Element le quarré du costé A. E. est au quarré de ladite moyene proportionelle, comme A. E. est à la perpendiculaire A. R. Partant le dodecagone sera à l'hexagone comme A. E. est à A. R.

AVTREMENT.

Veu que le Dodecagone appliqué à la perpendiculaire A. R. faict en sa latitude 2. costez de l'Hexagone, (c'est à dire le Diametre,) & l'Hexagone ainsi appliqué faict sa latitude esgale au costé du Triangle: C'est pourquoy le Dodecagone est à l'Hexagone, comme le Diametre A. D. au costé A. E. Mais à cause des Triangles semblables, A. D. est à A. E. comme A. E. à A. R. C'est pourquoy le Dodecagone est à l'Hexagone, comme A. E. est à A. R.

COROLLAIRE.

D'où nous voyons que le Dodecagone a mesme proportion à l'Hexagone, que la ℞. 4. à la ℞. 3. veu que A. E. le costé du Triangle est sesquitierce en puissance à la perpendiculaire: Doncques le Dodecagone est à l'Hexagone, comme ℞. 4. à la ℞. 3.

PROPOSITION LXXVI.

Le Dodecagone est au Pentagone, comme le Diametre à $\frac{5}{6}$ de la ligne soustendente l'angle du Pentagone.

Par ce que en la 6. figure, le Pentagone ainsi appliqué à A. X. 3. quarts du Diametre, par la 8. du 14. Element, faict en sa latitude B. I. $\frac{5}{6}$ de la ligne soustendente son angle, & le Dodecagone ainsi appliqué faict sa latitude esgale au Diametre. Doncques le Dodecagone est au Pentagone, comme le Diametre est à $\frac{5}{6}$ de la ligne soustendente l'angle du Pentagone.

Du Polygone de 16. costez inscript.

PROPOSITION LXXVII.

Le circuit du Polygone de 16. costez est au Dia-

metre, comme le Polygone de 32. coſtez eſt au Quarré du rayon.

La demonſtration eſt euidente par les precedentes.

EN NOMBRES.

Le coſté du Polygone de 16. angles eſt 390180 $\frac{644}{}$ ſon circuit 6, 242, 889. lequel aura plus grande proportion au Diametre, que triple & $\frac{1}{9}$, c'eſt à dire, comme 8. à 9. par ce que comme 28. eſt à 9. ainſi ſont 6, 222, 222 $\frac{2}{9}$ à 2,000,000.

Toutes les autres proprietez generales, & eſgalitez, conuiennent auſſi à ce Polygone, comme aux precedentes, & à tous les autres qui ſuiuront. Soit que nous les conſiderions à part, ſoit que nous les comparions à la circonference, & Diametre, ou auec les autres Polygones. Soit que nous contemplions la Raiſon, ou Dimenſion, ou la puiſſance de leurs circuits. Ce que nous demonſtrerons par meſme ordre, & par la force des Theoremes generaux.

Du Polygone de 18. coſtez.

PROPOSITION LXXVIII.

Le circuit du Polygone de 18. coſtez eſt au Diametre, comme le Polygone de 36. au Quarré du rayon. & ſon circuit eſt à la circonference, comme ſon ſuperieur eſt au Cercle.

EN NOMBRES.

Le coſté du Polygone de 18. angles eſt 347,296 $\frac{155}{}$ ſon circuit 6, 251, 334 $\frac{290}{}$. lequel a plus grande proportion au Diametre que triple, & $\frac{1}{8}$. Car comme 25. ſont à 8. ainſi ſont 6, 250,000. à 2,000,000. C'eſt le circuit du premier Polygone regulier & inſcript, qui a plus grand raiſon au Diametre que 3. & $\frac{1}{8}$. Car le coſté du Polygone 17. eſt 367, 499 $\frac{015}{}$, & ſon circuit 6, 247, 483. lequel a moindre proportion au Diametre que 3. & $\frac{1}{8}$. par ce que 25. ſont à 8. comme 6, 250, 000. à 2,000,000.

Du Polygone de 20. coſtez.

PROPOSITION LXXIX.

Le circuit du Polygone de 20. coſtez eſt au Dia-

metre, comme son superieur de 40. costez, est au Quarré du rayon.

La demonstration est de mesme que les precedentes.

EN NOMBRES

Le costé du Polygone de 20. costez est 312, 868 $^{\underline{210}}$ son circuit 625, 7378 $^{\underline{601}}$ qui a bien plus grande raison au Diametre, que triple & $\frac{1}{7}$. Tous les circuits des Polygones, depuis le Polygone de 18. costez, iusques au Polygone de 82. excedent seulement la raison triple & $\frac{1}{7}$ au Diametre.

PROPOSITION LXXX.

Le Quarré du circuit du Polygone de 20. costez, est esgal au Rectangle sous 20. Diametres & 20. sinus inuers de la 20. partie de la circonference.

Par ce que en la 6. figure, le costé du Polygone du 20. costez A. P. est moyen proportionel entre le Diametre G. A. & A. R. le sinus inuers de la circonference A. P. D'oncques 20. fois A. P. C'est à dire, le circuit du Polygone de 20. angles est moyen proportionel entre 20 Diametres G. A. & 20. sinus A. R. partant le quarré du circuit du Polygone de 20. angles, est esgal au Rectangle compris sous 20. Diametres G. A. & 20. sinus inuers A. R.

Du Polygone de 24. costez.

PROPOSITION LXXXI.

Le circuit du Polygone de 24. costez, a mesme raison au Diametre, que le Polygone de 48. au quarré du rayon: & a mesme proportion à la circonference du Cercle, que son superieur a au Cercle.

Ce sont les proprietez generales de tous Polygones.

PROPOSITION LXXXII.

Le Diametre a moindre proportion au costé du

Polygone de 24. angles inscript au Cercle, que 18 $38\frac{9}{11}$ à 240.

Cela est amplement demonstré par Archimede, en la 3. proposition de sa Cyclometrie.

COROLLAIRE.

D'où s'ensuit qu'en multipliant 240. par 24. le circuit du Polygone aura 5,760. lequel sans doute aura bien plus de raison au Diametre $1838\frac{9}{11}$. que triple sesquihuictiesme, veu que $5746\frac{1}{2}$, est à $1838\frac{9}{11}$. comme 25. à 8.

La mesme chose est demonstrée par le grand canon Mathematic.

Desquelles parties le Diametre est 2, 000, 000. des mesmes le costé du Polygone de 24. angles est 261052. son circuit 6265257. Mais comme 25. est à 8. ainsi 6250000. sont à 2, 000, 000. Doncques le circuit du Polygone de 24. angles, à plus grande raison au Diametre que a triple sesquihuictiesme $3\frac{1}{8}$.

PROPOSITION LXXXIII.

Le circuit du Polygone de 24. angles est moyen proportionel entre 24. Diametres & 24. sinus inuers de la 24. partie de la Circonference.

Car le Diametre est au costé du Polygone, comme le costé est audit sinus. Doncques 24. Diametres sont aux 24. costez, c'est à dire, le circuit du Polygone de 24. angles. Comme le circuit est aux 24. sinus inuers.

COROLLAIRE.

D'où il est euident, que le Quarré du circuit du Polygone de 24. angles, est esgal au Rectangle compris sous 24. Diametres, & 24. sinus inuers.

Du Polygone de 48. angles inscript.

PROPOSITION LXXXIV.

Le circuit du Polygone de 48. angles a mesme proportion à la circonference, que le Polygone de 96. angles a au Cercle, & ledict circuit a mesme rai-

son au Diametre du Cercle, que son Polygone superieur a au Quarré du rayon.

Telles & autres Proprietez, se voyent manifestes, par nos Demonstrations precedentes.

PROPOSITION LXXXV.

Le Diametre a moindre proportion au costé du Polygone de 48. angles inscript, que 1009 $\frac{1}{6}$. ont à 66.

Cela est demonstré par Archimede. Donc, si le costé contient 66. le Diametre aura presque 1009. $\frac{1}{6}$. le circuit dudict Polygone 3168.

AVTREMENT.

Soit posé le Diametre 2,000,000. le costé du Polygone de 48. angles, sera 130,806. son circuit 6,278,700.

Du Polygone de 80. angles.

PROPOSITION LXXXVI.

Le costé du Polygone de 80. angles est 78,519 ^{61} son circuit 6,281,570.

Par l'exact calcul de Ludolphe à Ceulen. D'où il est euident que le circuit du Polygone de 80. angles a moindre proportion au Diametre que 3 $\frac{10}{71}$. Dautant que 223. sont à 71. comme 6, 281, 690 $\frac{10}{71}$ au Diametre 2, 000, 000. Mais le circuit du Polygone de 80. angles, qui contient seulement 6, 281, 570. aura moindre raison audict Diametre que 3. $\frac{10}{71}$.

Du Polygone de 82. angles.

PROPOSITION .LXXXVII.

Le costé du Polygone de 82. angles est 76,605 ^{465}. son circuit 6,281,648.

De cecy, il est manifeste que le circuit du Polygone de 82. angles, a

aussi moindre raison au Diametre, que $3 \frac{10}{71}$.

Du Polygone de 86. angles.

PROPOSITION LXXXVIII.

Le costé du Polygone de 86. angles est 73,044, ^{045} doncques son circuit sera 6,281,788.

D'où il est notoire, que le circuit aura plus grande raison au Diametre que 223. ont à 71. par ce que 6, 281, 690 $\frac{10}{71}$ sont au Diametre 2,000,000. Comme 223. sont à 71. Mais le circuit 6, 281, 788. qui est plus grand. aura plus grande raison audict Diametre, que triple super-decu-partiant 71. ou $3 \frac{10}{71}$ Et à bon droict la circonference du Cercle 6, 283, 185. aura bien plus grande raison au Diametre, que $3. \frac{10}{71}$.

Du Polygone de 96. angles.

PROPOSITION LXXXIX.

Le costé du Polygone 96. angles (qui est le superieur du Polygone de 48. angles) a plus grande proportion au Diametre que 66. ont à $2017 \frac{1}{4}$. & son Circuit, aura plus grande proportion au Diametre que 6336 ont à $2017 \frac{1}{4}$.

Ceste proposition est clairement demonstrée par le diuin Archimede.

COROLLAIRE. I.

D'où s'ensuit que le circuit du Polygone de 96. angles, a moindre raison au Diametre du Cercle que 22. à 7. veu que le nombre 6,339, $\frac{6}{7}$. est au Diametre $2017 \frac{1}{4}$. comme 22. à 7. Doncques le nombre 6336. aura moindre raison à $2017 \frac{1}{4}$. que 22. à 7. ou 220. à 70. c'est à dire $3 \frac{10}{70}$.

COROLLAIRE II.

Il est aussi euident que le circuit du Polygone de 96. angles, a plus grãde raison au Diametre que triple superdecu-partiant septantevniesme. D'autant que le circuit 6336. est au nombre $2017 \frac{65}{223}$. (qui est plus grand que $2017. \frac{1}{4}$.) comme 223. sont à 71. Doncques 6336. auront plus grande raison à $2017 \frac{1}{4}$. que $3 \frac{10}{71}$. ou que 223. à 71.

AVTREMENT.

Par le Canon des Triangles, le costé du Polygone de *96.* angles est *65438.* son circuit sera *6, 282, 0 4 8.* Mais qu'elle proportion ont *22.* à *7.* la mesme ont *628514* $\frac{2}{7}$. à *2, 000, 000.* Doncques le circuit du Polygone de *96.* angles qui est moindre, assauoir *6282048*, aura moindre raison que triple sesquiseptiesme.

Toutesfois ledit Circuit *6 2 8 2 0 4 8.* du Polygone de *96.* angles, a plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{10}{71}$. Car *6 2 8 1 6 9 0* $\frac{10}{71}$. sont au Diametre *2,000,000.* comme *223.* à *71.* Partant *6 2 8 2 0 4 8.* qui est le circuit du Polygone *96.* aura plus raison au Diametre *2, 000, 000.* que triple super-decu-partiant septanteuniesme ou 3 $\frac{10}{71}$.

PROPOSITION XC.

Si le Diametre est diuisé en 71. parties esgales. Dans lequel Cercle soit descript vn Hexagone : vne ligne esgale au circuit de l'Hexagone, & 10. de ses parties septante & vn du Diametre, est vn peu moindre que la Circonference.

D'autant qu'Archimede a demonstré bien Geometriquement que le circuit du Polygone de *96.* a plus grande raison an Diametre, que *223.* à *71.* ou 3 $\frac{10}{71}$. il est euident que la circonference aura bien plus grande raison au Diametre que triple superdecupartiant septanteuniesme. C'est pourquoy vne ligne esgale au circuit de l'Hexagone (ou 3. Diametres) & 10. parties de 71. parties du Diametre, est vn peu moindre que la circonference.

COROLLAIRE.

D'où il est manifeste qu'vne ligne esgale à 3. Diametres & $\frac{1}{8}$. partie d'vn Diametre, est encor beaucoup moindre que la circonference. D'autant que nous auons demonstré, en la proposition 78. que le circuit du Polygone de 18. angles, auoit plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{1}{8}$. Et Archimede a demonstré Geometriquement que le circuit du Polygone de 24. costez, auoit beaucoup plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{1}{8}$. Doncques la Circonference aura beaucoup plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{1}{8}$. Dauantage $\frac{1}{8}$. est moindre que $\frac{10}{71}$: mais le circuit du Polygone *96.* inscript, a plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{10}{71}$. partant le Cercle aura plus grande raison au Diametre que 3 $\frac{10}{71}$. & ainsi par necessité plus grande

grande que $3\frac{1}{8}$.

Si noſtre faiſeur de Quarreaux dans vn Cercle, pluſtoſt que la Quadrature d'iceluy, euſt iamais leu ou entendu que les Doctes & Geometriques Demonſtrations d'Archimede, ont aſſez donné à cognoiſtre que la Proportion de la circonference au Diametre, eſtoit beaucoup plus grande que $3\frac{1}{8}$. & meſmes plus grande que triple ſuper-decu-partiant 71. ou $3\frac{10}{71}$. Il n'euſt eſté ſi impertinent & ignorant, d'affermer que la Proportion entre la circonference, & le Diametre eſt ſeulement triple.

PROPOSITION XCI.

Le circuit du Polygone de 96. angles circonſcript a moindre raiſon au Diametre, que $3\frac{1}{7}$, ou 22. à 7.

D'autant qu'Archimede a demonſtré que le Diametre a plus grande raiſon au coſté du Polygone de 96. angles circonſcript que $4673\frac{1}{2}$. ont à 153. Soit doncques le coſté du Polygone 96. angles circonſcript 153. lequel multiplié par 96. fera ſon circuit 14, 688. Mais comme 22. ſont à 7. ainſi ſont $14688\frac{1}{7}$ à $4675\frac{1}{2}$ le Diametre. C'eſt pourquoy 14, 688. le circuit dudict Polygone 96. circonſcript, aura moindre raiſon au Diametre que $3\frac{1}{7}$. à cauſe que ledict circuit eſt moindre que 14, $688\frac{1}{7}$.

AVTREMENT.

Par le Canon des Triangles, ou ſelon l'exacte ſupputation d'Adrianus Romanus tres docte Mathematicien, le coſté du Polygone de 96. angles circonſcript, eſt 65, 475. le Diametre eſtant 2,000, 000. ſon circuit ſera 62, 85, 600. Mais comme 22. eſt à 7. ainſi eſt $6285714\frac{2}{7}$. à 2,000,000. Partant 6285600 circuit dudict Polygone 96. aura moindre raiſon au Diametre 2,000,000. que $3\frac{1}{7}$.

PROPOSITION XCII.

La Circonference de quelconque Cercle, a plus grande raiſon à ſon Diametre que $3\frac{1}{8}$. & encores plus grande que triple ſuperdecupartiant Septante-vnieſme, ou $3\frac{10}{71}$. Mais moindre que $3\frac{1}{7}$.

Les premieres 2. parties de ceſte propoſition ont eſté expliquées, & verifiées par la 90. Propoſition & ſon Corollaire, ſelon qu'Archimede les auoit demonſtrées. Pour la derniere partie, Ie dis que la Circonferen-

ce du Cercle a moindre proportion au Diametre, que 22. à 7. D'autant que le circuit du Polygone 96. angles circonscript, (bien qu'il soit plus grand que la Circonference) a moindre raison au Diametre, que 22. à 7. Comme nous auons clairement demonstré à la 91. tant par les raisons & nombres d'Archimede, que par le Canon general des Triangles : il est necessaire que la Circonference aye moindre proportion au Diametre, que 22. à 7.

COROLLAIRE I.

De ceste ratiocination d'Archimede, il est euident que la Symmetrie & proportion de la circonference du Cercle au Diametre, consiste entre ces deux limites asseurez, à sçauoir entre la raison $3\frac{1}{8}$. & la raison $3\frac{1}{7}$. La premiere est moindre que la vraye proportion entre la circonference & le Diametre, & la 2. est plus grande: où plustost mettons ces deux limites plus proches, c'est à dire pour l'vn, la proportion $3\frac{10}{71}$. pour l'autre $3\frac{10}{70}$.

COROLLAIRE. II.

D'où il s'ensuit aussi, que si le Diametre est multiplié par $3\frac{10}{71}$. il sera produict vn nombre vn peu moindre que celuy de la circonference : Et si le Diametre est multiplié par $3\frac{1}{7}$. il sera produict vn nombre vn peu plus grand que la circonference, & au contraire si la circonference est diuisée par $3\frac{10}{71}$. le Quotient aura vn nombre plus grand que le Diametre. Et s'il est diuisé par $3\frac{1}{7}$. le Quotient sera vn nombre moindre que le Diametre.

Nous voyons combien ledit Scotto est esloigné de la verité, en sa responce au R. P. Oratio Grassi de la Compagnie de Iesus, où il pensoit qu'on n'auoit demonstré, n'y assigné certains limites pour la proportion de la Circonference au Diametre, plus proches que 7. à 22. & 7. à 21. C'est à dire raison $3\frac{1}{7}$. & raison triple, il se trompe aussi grandemẽt quãd il croit que les tables des Sinus &c. soient composées selon ces limites, si vagues & moins præcis. D'autant que le Canon Mathematic est Geometriquement construict, & exactement calculé, non seulement selon les limites plus proches de la verité, à sçauoir la raison $3\frac{10}{70}$. & $3\frac{10}{71}$. Mais aussi selon des limites encores plus estroits & precis par plusieurs inscriptions, & circonscriptions, & perpetuelles bissections, des costez des Polygones inscripts & circonscripts; veu que ces choses sont tresasseurées. *An Ferendus est hic Ardelio (vt cùm Vietta loquar) qui aduersus demonstrantem Archimedem* Ἀνταποδεικτικῶς *Anapodicta proposuerit, imo qui sua nugamenta per orbem terrarum sparserit in opprobrium Musarum, & æternum Veritatis ludibrium.*

PROPOSITION CXIII.

La Difference entre les 2. limites posez par Archimede $3\frac{10}{71}$, & $3\frac{1}{7}$. C'est seulement vne parcelle de quatre cens nonanteseptiesme.

Car si nous reduisons $\frac{10}{71}$. & $\frac{1}{7}$. à vn denominateur commun, nous aurons $\frac{70}{497}$, & $\frac{71}{497}$. & ayant faict la substraction de l'vn, de l'autre, il restera $\frac{1}{497}$. pour la difference entre ces deux limites.

Ie ne passeray soubs silence le Probleme 2. de Iacques Peletier Docte Medecin & Mathematicien, en ses Commentaires sur la Cyclometrie d'Archimede, assauoir.

Quelle de ces deux Proportions $3\frac{1}{7}$. ou $3\frac{10}{71}$. approche plus prez à la vraye raison de la Circonference au Diametre.

Pour resoudre ce probleme il nous renuoye, & à bon droict, au methode naturel, chemin Royal & Geometric qu'Archimede nous a tracé, quand il nous a estably certains limites de la proportion entre la circonference & son Diametre, par le moyen de deux Polygones semblables inscripts & circonscripts: les circuits desquels enferment d'vn costé & d'autre la Circonference en telle sorte que deux Polygones tousiours approchants de ce Hercule, ou Ligne Circulaire & Diuine, au lieu de la comprendre, & tenir captiue, leurs circuits se rendent à icelle, & sont quasi cōuertis en sa forme rōde & Circulaire, sans neantmoins approcher du tout à la perfection de ce Polygone admirable, de costez & angles infinis.

Mais icy se presente vne question, assauoir quel Polygone est ce de ces deux semblables, l'vn inscript, & l'autre circonscript, qui approche plus prez à la dimension du Cercle.

PROPOSITION XCIIII.

Ie dis que le Polygone circonscript symbolise plus en mesure auec le Cercle, que l'inscript, c'est à dire que le Cercle approche plus à la grandeur du Polygone circonscript.

D'autant que le Cercle a pour limite la ligne la plus ambitieuse, & plus

capable, la ligne dis-je qui borne & limite l'vniuers, estant la ceinture du premier Mobile. I'entens la circõference du Cercle æquinoctial où qui est le sentier tracé par le cẽtre du Prince des Astres. C'est à dire la ligne Eccly-ptique: mais laissons ces raisons Topiques aux Rhetoriciens, & retournons à nos raisons analytiques & demonstratiues, tant tirées de l'autorité d'Archimede, que des subtiles inuentions de Monsieur de S. Clair mon Maistre, & nos demonstrations precedentes.

Certes il y a plus grande affinité de dimension entre le Polygone circonscript, & le Cercle; qu'entre le Cercle & le Polygone inscript, veu qu'Archimede a demonstré que le Cercle est au quarré circonscript, cõme 11. à 14: & au quarré inscript, comme 11. à 7. il est manifeste que le Cercle approche plus du Quarré circonscript, que de l'inscript. C'est à dire, que le Quarré circonscript n'excede pas tant le Cercle, que le Cercle excede le Quarré inscript. D'autant que 11. a plus grande raison à 14. que 7. à 11. Car comme 121. est à 154. ainsi est 11. à 14. Mais comme 98. est au mesme 154. ainsi 7. est à 11. Entre ces raisons, la difference est $\frac{23}{154}$. Doncques la grandeur du Cercle symbolise plus auec le Polygone circonscript, qu'auec l'inscript.

AVTREMENT.

Ie dis que la grandeur du Cercle approche de plus pres à la grandeur du Polygone circonscript, qu'à celle de l'inscript Polygone semblable.

D'autant que nous auons demonstré en nostre 3. Proposition, que le Dodecagone est vne moyene grandeur entre le Quarré inscript, & circonscript: Par consequent le Cercle excede plus le Quarré inscript, par la quantité de 24. segments Dodecagones, que le Quarré circonscript excede le Cercle. Veu que nous auons demonstré en la 3. figure, que les 3. segments Dodecagones font la 7. partie, & d'auantage du trapeze A. L. B. M. le segment du Quarré A. B. M. sera plus que 8. parties. la figure mixtiligne A. L. B. M. O. aura 6. Doncques le Cercle sera plus grand que le Quarré inscript, par 32. mais moindre que le Quarré circonscript, seulement par 24.

Voyons la verité de ce Calcul: il est euident que la somme de ces deux differences est esgale au Quarré inscript, lequel donc sera 56. & le double 112. sera pour le Quarré circonscript. Si nous adioustons 32. au Quarré 56. nous aurons 88. pour le contenu du Cercle. Et pareillement si de 112. le Quarré circonscript nous ostions la Difference 24. il restera aussi pour le Cercle 88. Partant il est certain que le Cercle surpasse de beaucoup plus le Polygone inscript, que le circonscript ne surpasse ledict Cercle: & la

difference de leurs excez, assauoir entre 32. & 24. est 8. quasi la grandeur

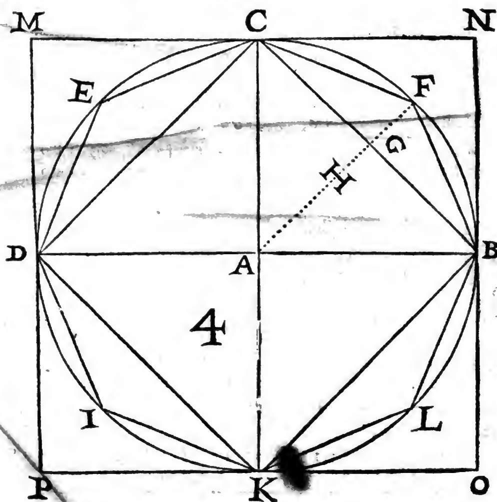
d'vn segment faict par le costé du Quarré inscript, qui est la 4. partie de la difference entre le Cercle, & le Quarré inscript, & la 3. partie de l'excez, par lequel le Quarré circonscript surpasse le Cercle. Doncques bien qu'il est tres veritable, que la grandeur du Cercle approche de plus prez à la grandeur du Polygone circonscript, qu'à celle de l'inscript, & la raison naturelle est, par ce que la concauité de la Circonference, (qui est plus capable) embrasse le Polygone inscript, & la conuexité regarde le Polygone circonscript. Toutesfois de ceste ratiocination, ie ne veux conclure auec le Docte Peletier, que la proportion de 22. à 7. est plus proche de la raison de la circonference au Diametre, que celle de $3\frac{10}{71}$. Car il y a grande difference entre la comparaison de superficie, à superficie, & de ligne à ligne, des contenus des figures, & de leurs circuits. Le Probleme proposé par Monsieur Peletier n'est pas d'analogie de superficie à superficie, mais de l'esgalité & inegalité des raisons entre quelques lignes. Et pour resoudre ledict Probleme.

du Polygone 96. angles circonscript, & la Circonference. Partant la Proportion entre la Circonference, & son Diametre sera plus approchante à la Raison entre le circuit du Polygone 86. angles inscript, & le mesme Diametre, qui est plus que $3\frac{10}{71}$. que à la raison entre le circuit du Polygone 96. angles circonscript, & le mesme Diametre, qui est moindre que $3\frac{1}{7}$. Ce qu'il falloit trouuer, & demonstrer pour satisfaire au Probleme de Monsieur Peletier, sçauant Medecin, & Mathematicien.

Mais poursuiuons ceste ligne Circulaire tres admirable, suyuant la lumiere de la Nature, & le sentier d'Archimede, & nous appuyons sur son principe naturel, qui est au liure 1. de la Sphere, & Cylindre, Hypothese 3.

Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχοντες, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

Ainsi nous pourrons estre asseurez que le circuit de tout Polygone circonscript est plus grand que la circonference; & le circuit de tout Polygone inscript plus petit que la Circonference : à cause que le comprenant est plus grand que le compris. Dauantage nous voyons comme en la 4. figure, que la Circonference C F B. approche de plus pres à la quantité de C B. costé du quarré inscript, qu'à la grandeur des lignes C N : N B. esgales au costé du quarré circonscript, ou Diametre.



D'où il est manifeste que tousiours la Circonference est moindre que le circuit de tout Polygone circonscript, & plus grande que le circuit de quelconque Polygone inscript. Mettons donc, pour contenter les curieux, comme en vn tableau les grandeurs des circuits de quelques Polygones, tant inscripts que circonscripts ingenieusement, & Geometriquemẽt recherchées & trouuées par plusieurs Doctes & grãds esprits; afin que nous puissions voir clairement, entre qu'elles bornes les plus precises nous pouuons lier ce Diuin Prothee, & comprendre la circonference qui est cõposée de tant de figures, formes, costez, & angles infinys; & toutefois c'est la ligne la plus simple, premiere vnique & limitée par soy mesme.

Table des Grandeurs des Circuits de plusieurs Polygones inscripts & circonscripts. Iusques au Polygone Dix millions, Quatre cents octante cinq mille sept cens soixante costez, ou Angles.

Posons donc premierement le Diametre 2, 000, 000. la Circonference sera plus grande que le Polygone inscript, & moindre que le Polygone circonscript.

Polygones	Inscripts.	Circonscripts.
160	6,282,600	6,284,160
320	6,282,780	6,283,598
640	6,283,140	6,283,240
1280	6,283,160	6,283,212
2560	6,283,182	6,283,189
5120	6,283,184	6,283,190

Mais posons le Diametre plus grand 2, 000, 000, 000, 000. pour auoir encores des limites plus proches.

10, 240.	6,283,185,200,000	6,283,185,330,000
40,960.	6,283,185,300,000	6,283,185,320,000
81,920.	6,283,185,306,000	6,283,185,312,000
163,840.	6,283,185,306,600	6,283,185,307,960
327,680.	6,283,185,307,080	6,283,185,307,380
655.360.	6,283,185,307,154	6,283,185,307,240
1310,720.	6,283,185,307,172	6,283,185,307,192
2621, 440.	6,283,185,307,176	6,283,185,307,183
5,242,880.	6,283,18[illegible]307,177	6,283,185,307,182
10,485,760.	6,283,1[illegible],307,178	6,283,185,307,180

Par ainsi

Parainsi on peut approcher de plus pres les limites de la Raison entre la Circonference & le Diametre, par vne continuelle bissection, Inscription,& Circonscription des Polygones semblables, ou tousiours le Cercle sera plus grand que l'Inscript, & plus petit que le Circonscript.

Mais ie me contente d'auoir enfermé ce noble Prisonnier de la Circonference, entre 2. termes,

Quos vltrà, citràque nequit consistere Recta
Circuli Quadratura. Voyla les limites.

Ayant posé le Diametre 2,000,000,000,000. la Circonference sera plus grande que 6,283,185,307,178. & moindre que 6,283,185,307,180.

C'est icy le grand champ, & la sublime matiere en laquelle se sont exercez curieusement, non seulement les beaux Esprits anciens Apollonius Pergæus, Philo Gaditanus, Claudius Ptolomeus, &c. Mais aussi en nostre temps, François Viete, Adrianus Romanus, Ludolphe à Ceulen, & le tres-docte Vuillebrordus Snellius, tous lesquels ont suyui les traces du Diuin Archimede dans ce chemin Royal, en cherchant la grandeur de la Circonference en son siege naturel, entre 2. Polygones inscripts & circonscripts semblables. Tous les autres qui ont voulu abandonner ce sentier si asseuré, pour s'en tracer vn à leur fantasie, se sont fouruoyez asseurément du vray chemin, & de la science & de la nature: Entre lesquels nostre Scotto, qui comme estranger, & pauure Pelerin en ceste science, se promenant par vne infinité de destours de ce Labirynthe, s'est detracqué & perdu, voire à la seule entrée, sans esperance de trouuer non moins la porte pour en resortir, que le vray chemin d'approcher à la cognoissance de la grandeur de ceste ligne si Mystique & Diuine.

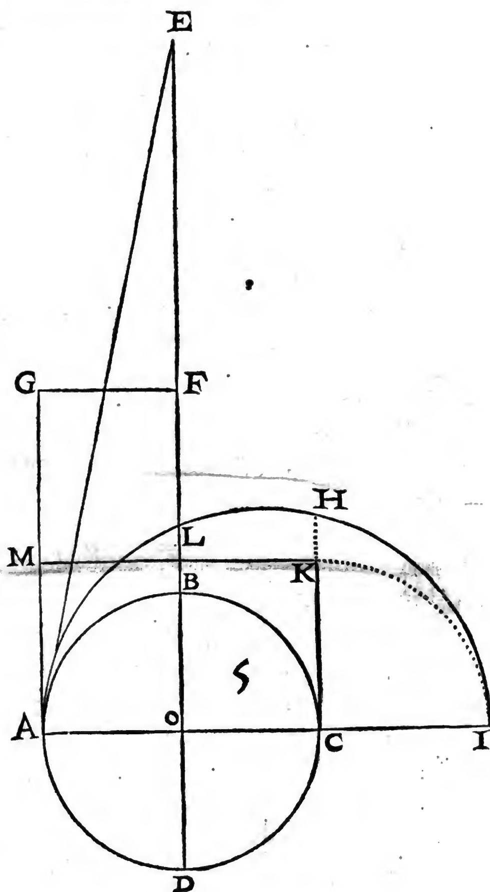
Pour Conclusion de ces Speculations, ie mettray hardiment en auant ces dernieres propositions pour determiner asseurément, precisément, & Geometriquement la vraye Proportion qui est tant entre la Circonference du Cercle & son Diametre, qu'entre la Circonference & les circuits de tous Polygones, contre ceux qui croyent qu'il n'y a en la nature point de raison entre la ligne Droicte, & la ligne Courbe.

PROPOSITION XCVI.

La Circonference du Cercle a mesme raison au Diametre, que le Cercle mesme, a au Quarré du Rayon.

Car nous auons demonstré que le circuit de tout Polygone inscript, est au Diametre, comme son Polygone superieur est au quarré du Rayon. Mais le Cercle (Polygone de costez & d'angles infinis) n'a point de superieur que soy mesme qui puisse estre inscript. Doncques sa Circonference

doit auoir mesme raison au Diametre, que soy mesme a au quarré du Rayon, comme nous demonstrerons.



D'autant que le Rectangle compris sous le demy rayon & la circonference est esgal au Rectangle d'Archimede en la 5. figure : Et par consequent au Cercle: mais le Rectangle sous le mesme demy rayon & Diametre, est esgal au quarré du rayon: Doncques par la 1. du 6. Element, la Circonference aura mesme proportion au Diametre que le Cercle a au quarré du Rayon : Ce qu'il falloit demonstrer.

Qui est-ce doncques qui niera qu'il n'y ait raison en la nature, entre la ligne courbe & la ligne droicte?

PROPOSITION XCVII.

La Circonference a mesme proportion au circuit de tous Polygones inscripts, que le Cercle a aux Polygones leurs superieurs.

Ie dis que la Circonference est aux 3. costez du Triangle inscript, où aux 4. costez du quarré inscript, où à 5. costez du Pentagone, où a 6. costez de l'Hexagone &c. comme le Cercle mesme est à leurs superieurs, assauoir à l'Hexagone, Octogone, Decagone, & Dodecagone, &c.

Car tous Polygones appliquez au demy rayon par la 12. proposition, font leurs latitudes esgales aux circuits des Polygones leurs inferieurs, & le Cercle appliqué au mesme demy rayon par la 1. de la Cyclometrie d'Archimede, faict sa latitude esgale à la Circonference: Doncques par la 1. du 6. Element, la Proposition est veritable.

COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que la 3. partie de la Circonference, est au costé du Triangle: au 2. costez de l'Hexagone, aux 4. costez du Dodecagone, &c. comme le Cercle est à l'Hexagone, Dodecagone, & au Polygone de 24. costez: ainsi des autres.

Et aussi que la 4. partie de la Circonference, est au costé du quarré; au costé & demy de l'Hexagone: 3. costez du Dodecagone, &c. comme le Cercle est à l'Octogone, au Dodecagone, & au Polygone de 24. costez.

PROPOSITION XCVIII.

La Circonference a mesme Proportion aux 2. Diametres, ou Diagonales du Quarré inscript, que le Cercle a au mesme Quarré: Et la Circonference

a mesme raison à 4. Diametres que le Cercle a au au Quarré circonscript.

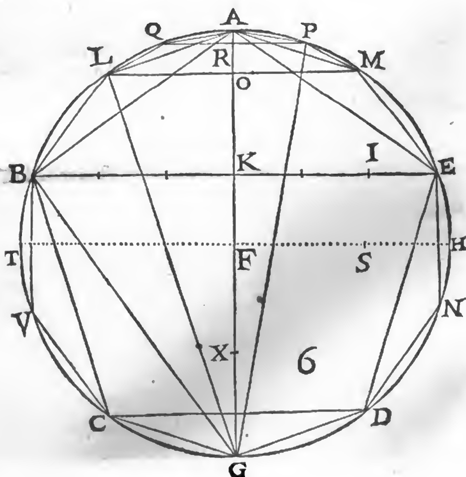
Par ce que le Quarre inscript appliqué au Rayon, faict sa latitude esgale à 2. Diametres. Et le Quarré circonscript ainsi appliqué, faict sa latitude esgale à 4. Diametres. Comme nous auons cy deuant demonstré.

COROL'LAIRE.

Doncques les 2. Diagonales du Quarré inscript, ont mesme proportion à la Circonference, presques que 7. à 11. Et la Circonference a mesme proportion aux 4. costez du Quarré circonscript, presque, que 11. à 14.

PROPOSITION XCIX.

La Circonference a mesme raison à vne ligne composée d'autant de demy soustendans de l'angle de quelque Polygone inscript que ledict Polygone a de costez, & d'angles, que le Cercle a au mesme Polygone.



Comme en la 6. figure, ie dis que la Circonference a mesme raison à vne ligne qui contient 5. fois B K. qui est vn demy soustendant, que le Cercle mesme a au Pentagone inscript. D'autant que par la demonstration de la 45. Proposition, le Pentagone appliqué au demy Rayon, faict sa latitude esgale à 3. fois B. I. (c'est à dire 5. fois B. K.) & le Cercle ainsi appliqué faict sa latitude esgale à la Circonference. Doncques la Circonference a mesme raison à 5. fois B.K. que le Cercle a au Pentagone.

AVTREMENT.

Par ce que par nostre 47. le Rectangle compris sous trois 4. parties du Diametre, & autant de 6. parties de la ligne soustendente, l'angle de quelcõque Polygone que ledit Polygone a de costez, est esgal au cõtenu dudit Polygone: Mais le Rectangle sous vn demy rayon, & autant de fois 3. de ces 6. parties (c'est à dire la moitié du soustendant) est esgal au Rectangle compris sous trois quatriesmes du Diametre, & autant de 6. parties de la ligne soustendante, que ledit Polygone a de costez; partant le Rectangle sous vn demy rayon, & autant de demy soustendants de l'angle que le Polygone a de costez, sera esgal au contenu dudit Polygone. C'est pourquoy la Circonference du Cercle sera tousiours à la ligne composée d'autant de demy soustendants de l'angle de quelconque Polygone que ledict Polygone a de costez, que le Cercle est audit Polygone. Ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

De cecy il est euident que la Circonference est aux 3. demy costez d'vn Triangle inscript, (car le soustendant de l'angle est le costé mesme) comme le Cercle, est au Triangle.

La Circonference aussi est aux 4. Rayons (car le Diametre est icy le soustendant de l'angle) comme le Cercle, est au quarré.

La Circonference est à 5. demy soustendans de l'Angle du Pentagone, comme le Cercle, est au Pentagone.

La Circonference est à 6. demy costez du Triangle, comme le Cercle est à l'Hexagone (car le costé du Triangle est le soustendant de l'angle de l'Hexagone.) En fin la Circonference est à 8. demy costez du quarré, comme le Cercle, est à l'Octogone, ainsi des autres.

PROPOSITION C.

La Circonference d'vn Cercle est tousiours plus grande qu'vne ligne moyene proportionelle, entre autant de Diametres que le plus grand Polygone inscript a de costez, & autant de Sinus inuers qui respõdent à l'arc soustendu par vn costé dudit Polygone.

Car ceste ligne moyene proportionelle est seulement esgale au circuit du Polygone inscript, comme nous auons demonstré en quelques Polygones precedents, par consequent elle est tousiours moindre que la Circonference, par le Principe naturel d'Archimede, que le compris est moindre que le comprenant.

COROLLAIRE.

D'où il est manifeste que le Quarré de la Circonference est tousiours plus grand que le Rectangle compris sous autant de Diametres, & de Sinus inuers correspondants, que le plus grand Polygone, qu'on puisse entendre estre inscript a de costez & angles.

PROPOSITION CI.

Le Quarré de la Circonference est moindre que 10. fois le Quarré du Diametre.

Car soit posé le Diametre 71. son Quarré sera 5041. le Decuple duquel est 50410. Mais la Circonference soit plus grande que 223. le quarré duquel sera 49729. qui est moindre que le 50410. le Decuple du quarré du Diametre.

Où soit posé le Diametre 7. le quarré duquel est 49. le Decuple duquel est 490. Mais la Circonference soit moindre que 22. le quarré duquel est 484. encores moindre que le Decuple du quarré du Diametre qui estoit 490.

Dauantage si nous posons le Diametre 2,000,000,000,000. son quarré sera 4,000,000,000,000,000,000,000,000.

Le Decuple duquel sera 40,000,000,000,000,000,000,000,000. qui sera beaucoup plus grand que le quarré de la Circonference qui contient 39,478,417,604,658,064,488,938,041. Car nous auons pris pour la grandeur de la Circonference, le nombre entre les 2. limites assauoir 6283185307179.

D'où il sera manifeste que tant s'en faut que le Decuple du quarré circõscript soit esgal seulement, au quarré de la Circonference, veu qu'il est plus grand, & contient le quarré de la Circõference vne fois, & presques vne 75. c'est à dire comme 76. est à 75. ainsi le decuple du quarré du Diametre est presque au quarré de la Circonference, ie veux dire que le Decuple du quarré circonscript a moindre raison au quarré de la Circonference que 76. a à 75. D'autant que 40000. est à 39473 $\frac{13}{19}$. comme 76. à 75.

C'estoit là l'opinion des anciens Arabes qui croyoient par ce moyen auoir trouuée la Quadrature du Cercle, ce qui seroit vray, si ceste proportion Decuple, entre le quarré de la Circonference, & le quarré du Dia-

metre estoit veritable ; mais telles opinions erronées qui n'ont pour fondement aucune Demonstration, sont bannies de l'Eschole de la verité.

Hanc Cyclometriam κατ' τὸν ἐπιστημονικὸν λόγον Inuestigatam, & explicatam, nec non alia noua ἐπιχειρήματα suo Auctori, Præceptori meo Domino Sanclaro, Mathematicarum artium professori Regio accepta referre debemus. Per quæ vera Methodus sternitur ad τὸ κύκλου τετραγωνισμοὶ è propriis fundamentis indagandum, & aliorum ψευδοτετραγωνισμοὺς examinandos, detegendos, & à puluere erudito, eliminandos.

Vos omnes φιλαλήθεις *Valere, & saluere iubet ipse* φιλαλήθης.

Τελός.



FAVTES SVRVENVES EN L'IMPRESSION.

Corrigez à l'Epistre Latine.

PAge seconde, ligne 29. lisez *cancellarie*. 3. p. l. 16. lisez *circumscripsit*. 4. p. l. 2. lisez *fecère*. à la signat. é. p. 1. l. 1. lisez *ac ipsi*. l. 10. lisez *referente*. l. 19. mettez vne virgule apres *impudentia*, à la signat. é iij l. 29. apres *demonstrat* ostez le point.

Corrigez à la Direction Cyclometrique.

PAge 1. l. 13. lisez des quartes interieures. p. 4. l. 24 soustient? p. 5. l. 4. par tout Dodecagone. l. 8 à, lisez a, & par tout ailleurs en ceste signification. p. 9. l. 20. au lieu de trois diametres, lisez trois semidiametres. p. 10. l. 5. au lieu de A. O. N. A O. M. l. 23. signes, lisez sinus p. 12. l. 21. faut entendre en la 3. figure vne ligne droicte tiree K. D. p. 13. l. 2. lisez 5000, 000, 000. l. 8. proportions. p. 14. l. 26. lisez proportion. p. 22. l. 6. quelque, lisez quelconque, comme aussi en la 8. propos. p. 27. & 31. p. 23 l. 4. à autant, a autant, l. 28. quelque, quelconque. p. 24. l. 21. doncques le quarré de A. T. p. 26. l. 33. de degorger. l. 28. per pruiua. p. 27. l. 14 quelque, quelconque. p. 31. l. 12. esgale. p. 36. l. 9. a mesme, & non à mesme, comme en la p. 38. l. 27. p. 40. l. 15. au lieu de E. Y. E. R. moitié d'vn costé p. 4,. l. 5. chassons. p. 45. l. 4. &, est, l. 22. lumaire, lunaire. p. 4- l. 4. proposition. p. 54. l. 2. le diametre, le semidiametre. p. 55. l. 21. a mesme, comme à la l. 25. & 29. a. p. 56. l. 14. a, sans accent. p. 57. l. 13. & p. 59. l. 14. 22. 33. & p. 60. l. derniere Dodecagone, lisez Decagone. p. 61. l. 4. 2. & 3. p. 71. l. 5. 26. 20. l. 14. est, estant. p. 72. l. 1. Polygones de 14. & 16. costez. p. 74. l. 2. a, à sa 3. partie l. 4. Decagone, lisez Dodecagone p. 86. l. 28. lisez font moins que la 7. partie du Trapeze, au lieu de font la 7. partie, & d'auantage. l. 29. plus que 8. lisez moins que 8. p. 88. dans la proposition XCV. l. 18. au lieu de 39. 22/22 39. 22/22 p. 24. lig. 3. Rayon, lisez demyrayon, l. 13. quelque, quelconque.

Extraict du Priuilege du Roy.

PAR grace & Priuilege du Roy, donné à Paris le dixiesme iour de Septembre mil six cens vingt-deux, signé Bonnet. Il est permis à PIERRE CHEVALIER, Marchand Libraire Iuré à Paris, d'imprimer vn liure intitulé *Direction Cyclometrique*, ou *Refutation de la fausse, & chemin de la vraye Quadrature*, & deffense faictes à tous autres de quelque qualité & condition qu'ils soient, d'imprimer ou faire imprimer, vendre ny distribuer ledict Liure, pendent le temps & espace de dix ans, à peine de mille liures d'amende, & de confiscation des exemplaires, comme plus à plein est contenu au Priuilege.

Acheué d'imprimer pour la premiere fois, le vingt-sixiesme iour de Septembre mil six cens vingt deux.

